



Politechnika Wrocławska

Analogowe układy mnożące

Wprowadzenie

Zadaniem analogowych układów mnożących jest wytworzenie napięcia wyjściowego proporcjonalnego do iloczynu napięć wejściowych:

$$u_{wy} = k_m u_x u_y = \frac{u_x u_y}{E_R}$$

gdzie: u_x , u_y – napięcia wejściowe,

$k_m = 1/E_R$ – stała skalowania,

E_R – normujące napięcie odniesienia, zazwyczaj
+10V lub -10V.

Wprowadzenie

Układy mnożące możemy podzielić ze względu na zakresy napięć wejściowych:

- układy jednoćwiartkowe – układy, w których napięcia u_x i u_y są jednobiegunowe,
- układy dwućwiartkowe – układy, w których jedno z napięć wejściowych ma ustaloną biegunowość,
- układy czteroćwiartkowe – układy, w których napięcia wejściowe u_x i u_y mogą posiadać dowolny znak.

Wprowadzenie

Układy mnożące (realizowane w technice scalonej) możemy podzielić także ze względu na sposób realizacji funkcji mnożenia:

- poprzez modulację szerokości i amplitudy impulsów prostokątnych,
- poprzez zastosowanie operacji logarytmowania i potęgowania,
- poprzez zastosowanie kwadratorów,
- poprzez wykorzystanie tranzystorowych wzmacniaczy różnicowych o zmiennej transkonduktancji (metoda sterowanego podziału prądu).

Wprowadzenie

Rzeczywiste układy mnożące realizują operację mnożenia z pewnym błędem:

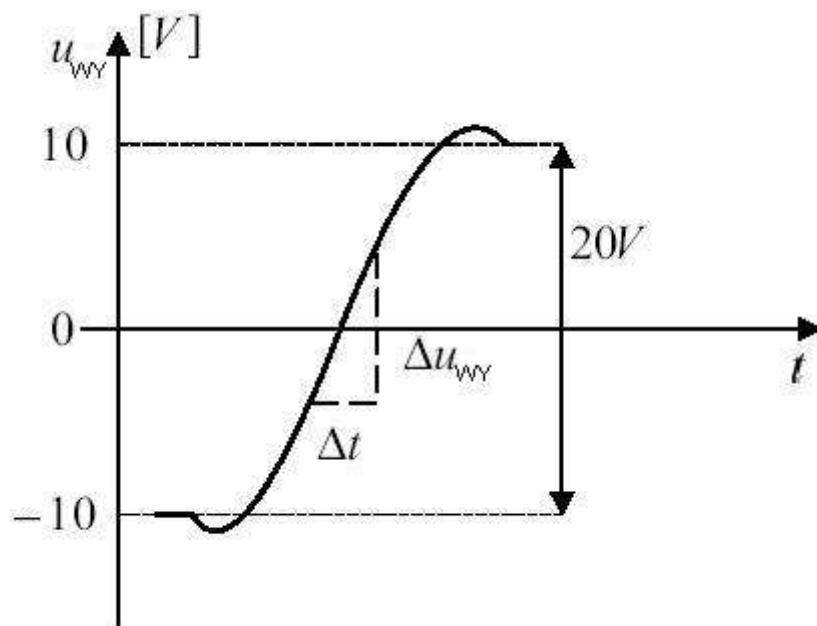
$$u_{wy} = \frac{u_x u_y}{E_R} + \Delta = \frac{u_x u_y}{E_R} (1 + \delta_0)$$

gdzie: Δ , δ_0 – oznaczają odpowiednio błędy bezwzględny i względny.

Parametry dynamiczne mnożników:

- f_{3dB} – małosygnałowa częstotliwość graniczna,
- f_α – częstotliwość graniczna przy jednocentowym błędzie amplitudy,
- f_φ – częstotliwość graniczna przy jednocentowym błędzie fazy,
- S – wielkosygnałowa maksymalna szybkość narastania napięcia wyjściowego

Wprowadzenie

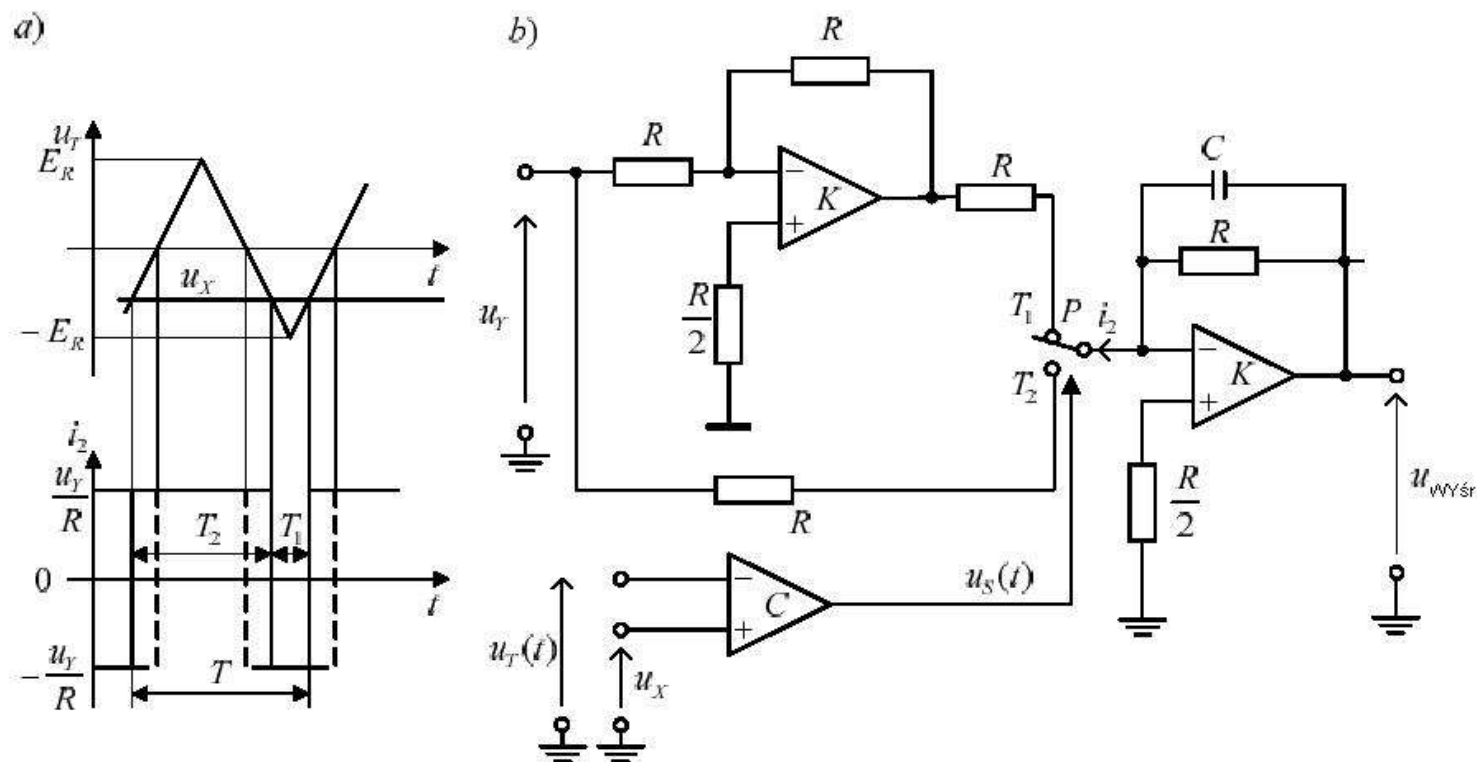


Maksymalna szybkość zmian napięcia wyjściowego dana jest zależnością:

$$S = \left| \frac{du_{wy}(t)}{dt} \right|_{\max}$$

Rys. 1. Odpowiedź układu mnożącego na standardowe pobudzenie wielkosygnałowe

Układy mnożące z modulacją szerokości i amplitudy impulsów prostokątnych



Rys. 2. Układ mnożący wykorzystujący metodę modulacji amplitudy i szerokości impulsów: a) przebiegi czasowe, b) uproszczony schemat ideowy

Układy mnożące z modulacją szerokości i amplitudy impulsów prostokątnych

Napięcie sterujące kluczem wyrażone jest zależnością:

$$u_S(t) = \begin{cases} U_{S \max} & \text{dla } u_x > u_T \\ U_{S \min} & \text{dla } u_x < u_T \end{cases}$$

Dla napięcia u_x zachodzi związek (rys.2a):

$$\frac{u_x}{E_R} = \frac{2T_1}{T} - 1$$

Napięcie wyjściowe układu:

$$u_{WY} = \left(\frac{2T_1}{T} - 1 \right) u_y = \frac{u_x u_y}{E_R}$$

Układy mnożące z modulacją szerokości i amplitudy impulsów prostokątnych

Zaletą układu - duża dokładność – błąd statyczny δ_0 mieści się w zakresie (0.01...0.1 %), $f_{3dB} = 1\text{kHz}$, $S < 0.7\text{V/ms}$.

Ograniczenia:

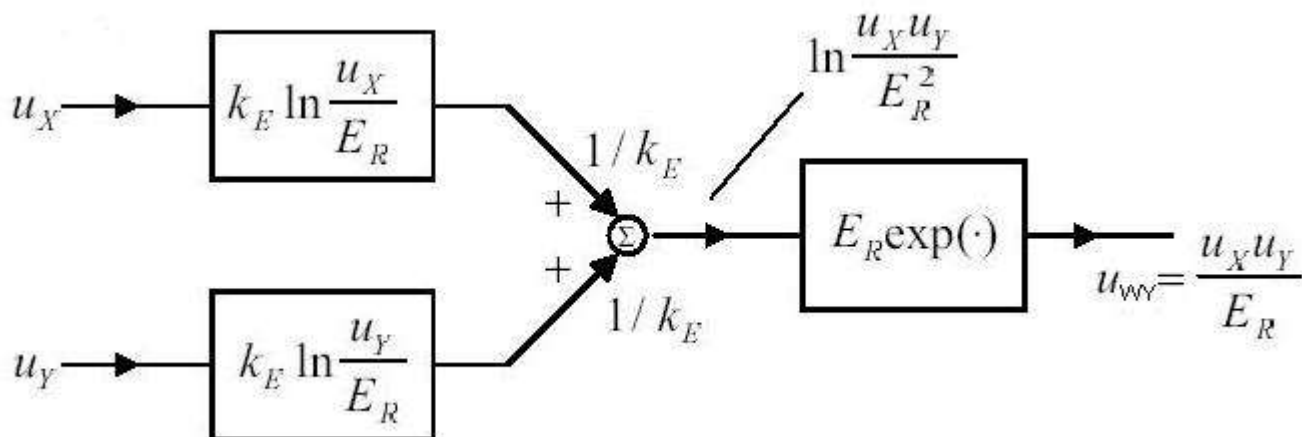
- czas przełączania klucza, który powinien być pomijalny w stosunku do okresu przełączania,
- częstotliwość uśredniania filtra dolnoprzepustowego powinna być dużo większa od częstotliwości sygnału aby czas uśredniania był duży.

Dlatego układy te stosuje się w przypadku mnożenia przebiegów wolno zmiennych. Dodatkowa wada – duże skomplikowanie układu i wysoki koszt.

Układy mnożące wykorzystujące operacje: logarytmiczną i wykładniczą

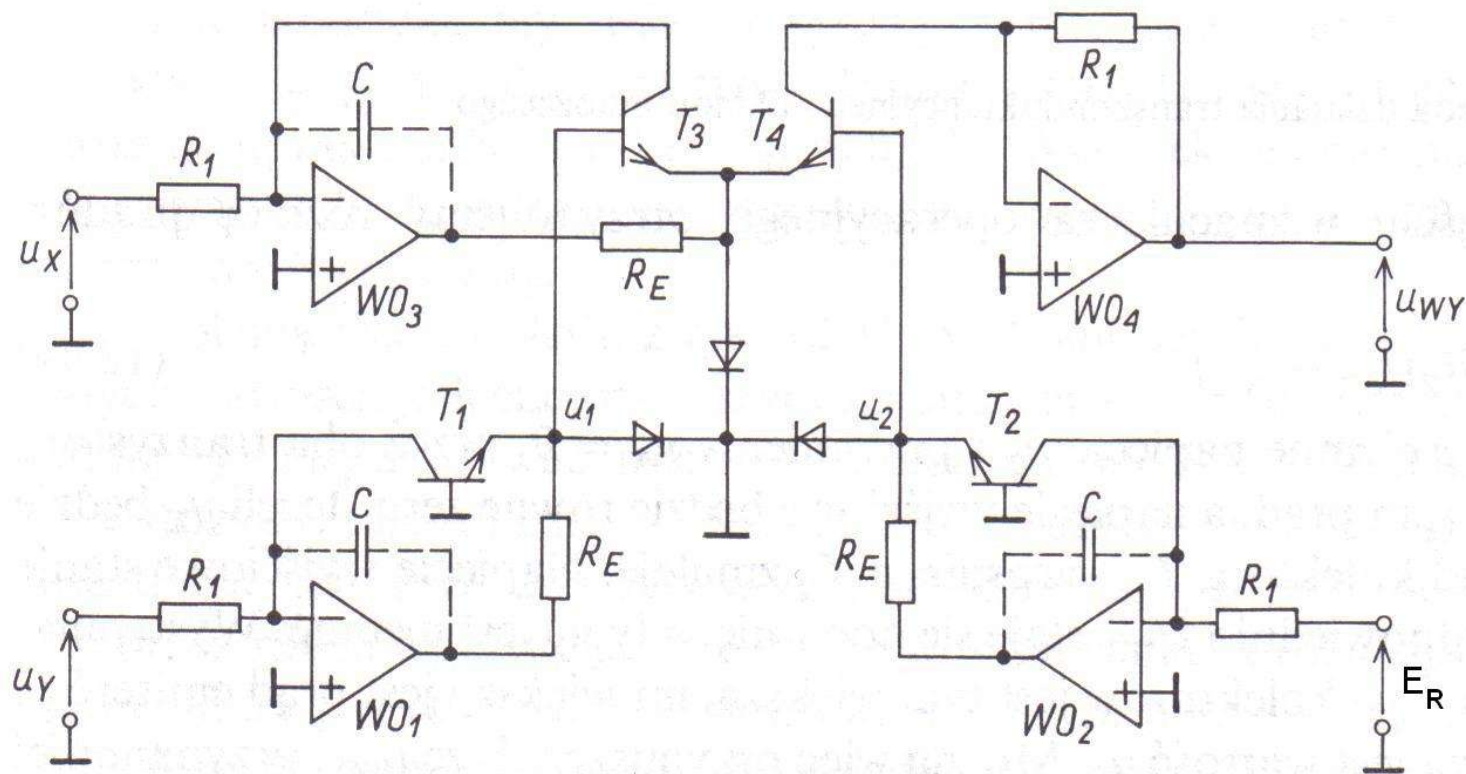
Układy mnożące oparte na wzmacniaczach logarytmujących i wykładniczych realizują funkcję:

$$u_{WY} = E_R \exp\left(\ln \frac{u_x}{E_R} + \ln \frac{u_y}{E_R}\right) = \frac{u_x u_y}{E_R} \quad \text{dla } u_x, u_y > 0$$



Rys. 3. Schemat blokowy układu mnożącego wykorzystującego wzmacniacze logarytmujące i wzmacniacz realizujący funkcję wykładniczą

Układy mnożące wykorzystujące operacje: logarytmiczną i wykładniczą



Rys. 4. Schemat ideowy układu mnożącego opartego na wzmacniaczach logarytmujących i wykładniczym

Układy mnożące wykorzystujące operacje: logarytmiczną i wykładniczą

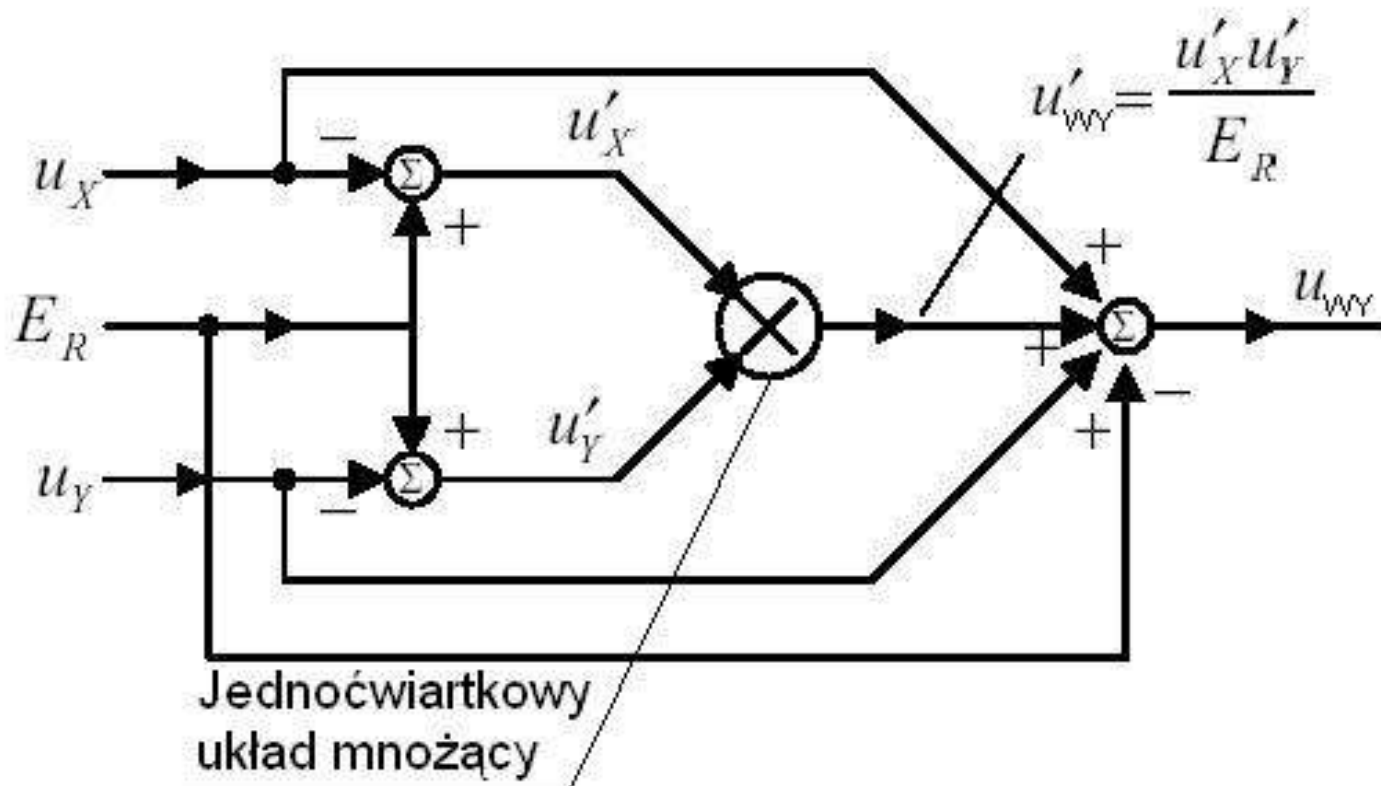
Układ realizuje funkcję:

$$u_{wy} = \exp(\ln u_x + \ln u_y - \ln E_R) = \frac{u_x u_y}{E_R} \quad \text{dla} \quad u_x, u_y, E_R > 0$$

Zaletą układu jest pełna kompensacja temperaturowa, pod warunkiem, że wszystkie tranzystory mają takie same parametry i taką samą temperaturę. Dlatego układ powinien być zrealizowany w technice scalonej.

Wadą układu jest to, że wszystkie napięcia wejściowe muszą być dodatnie, czyli układ jest mnożnikiem jednoćwiartkowym.

Układy mnożące wykorzystujące operacje: logarytmiczną i wykładniczą



Rys. 5. Schemat blokowy czteroćwiartkowego układu mnożącego zbudowanego ze wzmacniaczy logarytmujących i wzmacniacza wykładniczego



Układy mnożące wykorzystujące operacje: logarytmiczną i wykładniczą

W układzie tym, na wyjściu mnożnika jednoćwiartkowego występuje napięcie:

$$u'_{wy} = \frac{u'_x u'_y}{E_R} \text{ dla } E_R > 0.$$

Napięcia pomocnicze:

$$u'_x = E_R - u_x > 0$$

$$u'_y = E_R - u_y > 0$$

$$u'_{wy} = \frac{(E_R - u_x)(E_R - u_y)}{E_R} = E_R - u_x - u_y + \frac{u_x u_y}{E_R}$$

Napięcie wyjściowe układu:

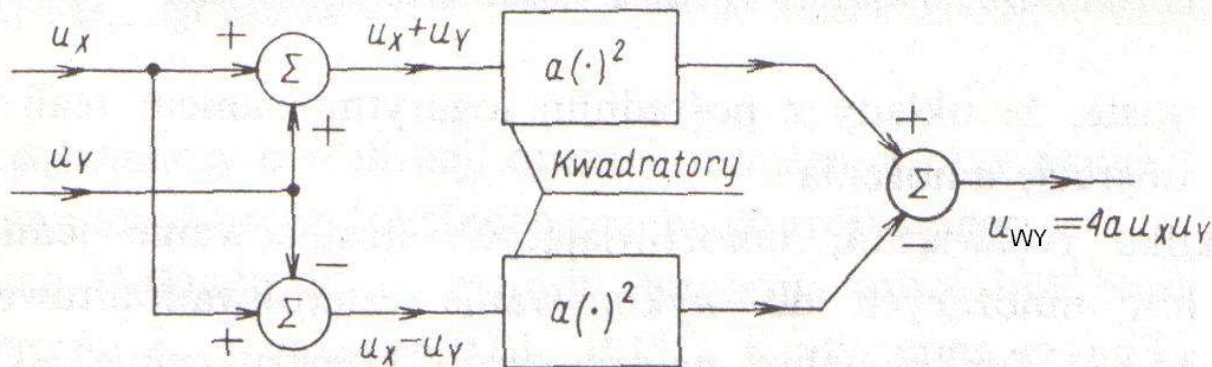
$$u_{wy} = u'_{wy} - E_R + u_x + u_y = \frac{u_x u_y}{E_R}$$

Układy mnożące wykorzystujące operacje: logarytmiczną i wykładniczą

W układzie tym zakres napięć wejściowych, dla $E_R = 10V$, mieści się w przedziale: $u_{x,y} = (-10...+9.99)V$.

Czteroćwiartkowe układy mnożące wykorzystujące operacje logarytmiczne i wykładnicze posiadają umiarkowany stopień złożoności, względnie mały statyczny błąd mnożenia ($\delta_0 = 0.1...0.5 \%$), przy częstotliwości granicznej $f_{3dB} < 250kHz$ i $S < 0.5 V/\mu s$.

Układy mnożące z wykorzystaniem kwadratorów



Rys. 6. Schemat blokowy układu mnożącego wykorzystującego kwadratory

Układ realizuje funkcję:

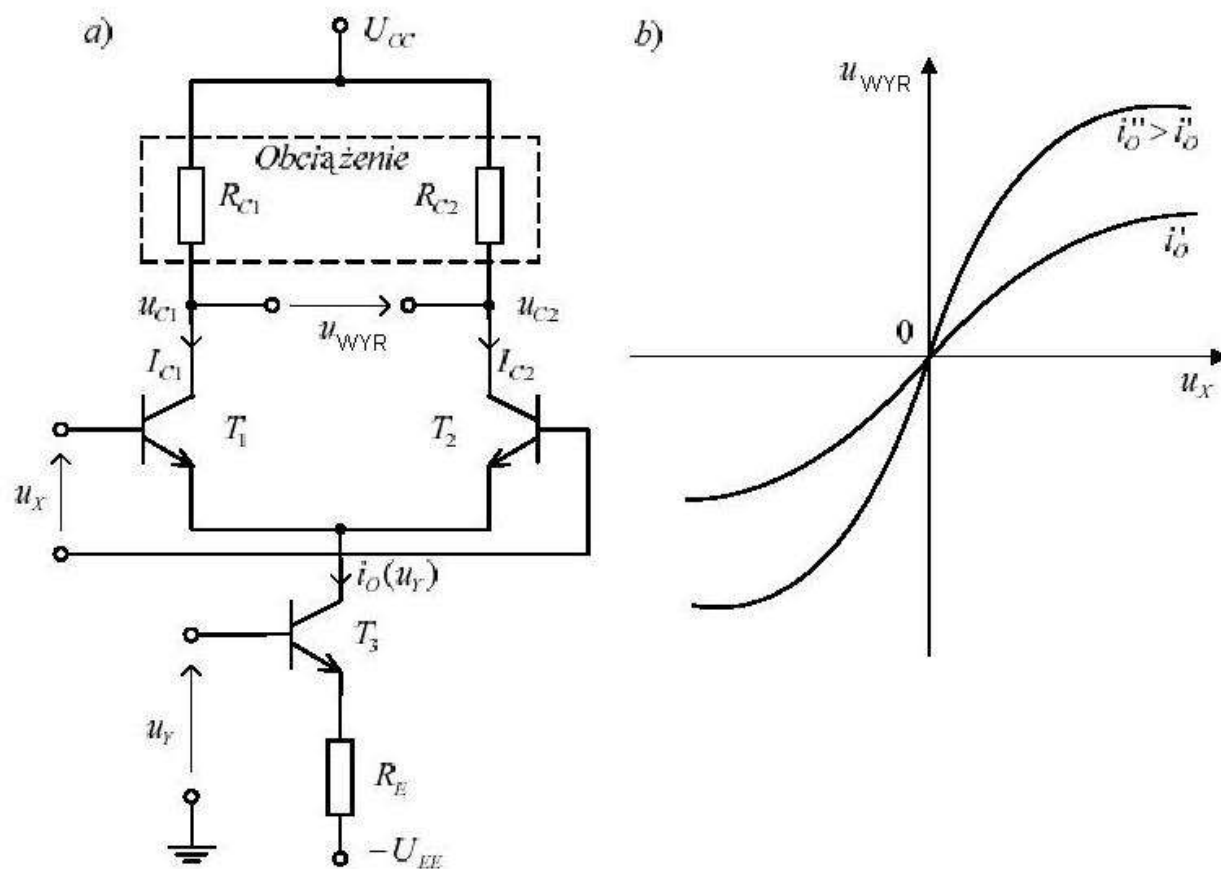
$$u_{wy} = a(u_x + u_y)^2 - a(u_x - u_y)^2 = 4a u_x u_y$$

Układy mnożące z wykorzystaniem kwadratorów

W rzeczywistych układach mnożących z kwadratorami błąd mnożenia zależy głównie od jakości kwadratorów. Funkcję paraboliczną w kwadratorach realizuje się za pomocą aproksymacji odcinkowej z wykorzystaniem drabinek diodowo – rezystorowych (patrz poprzedni wykład). W celu zmniejszenia błędu aproksymacji układy te zawierają dużą liczbę diod, przez co w układach tych wymagana jest dobra kompensacja temperaturowa oraz źródła napięć odniesienia o dużej stabilności. Innym sposobem realizacji kwadratorów jest technologia CMOS, gdzie wykorzystuje się kwadratową zależność prądu drenu I_D tranzystorów od napięcia U_{GS} .

Generalnie układy te posiadają lepsze parametry od omawianych wcześniej: $\delta_0 < 0.5\%$, $f_{3dB} < 2 \text{ MHz}$, $S < 3 \mu\text{V/s}$.

Transkonduktancyjne układy mnożące



Rys. 7. Dwućwiartkowy mnożnik transkonduktancyjny (modulator pojedynczo zrównoważony)

Transkonduktancyjne układy mnożące

Źródło prądowe wzmacniacza ma wydajność opisaną zależnością:

$$i_0(u_y) = I_0 + g_m u_y$$

Różnicowe napięcie wyjściowe wzmacniacza:

$$u_{WYR} = i_0 R_C \tanh \frac{u_x}{2U_T}$$

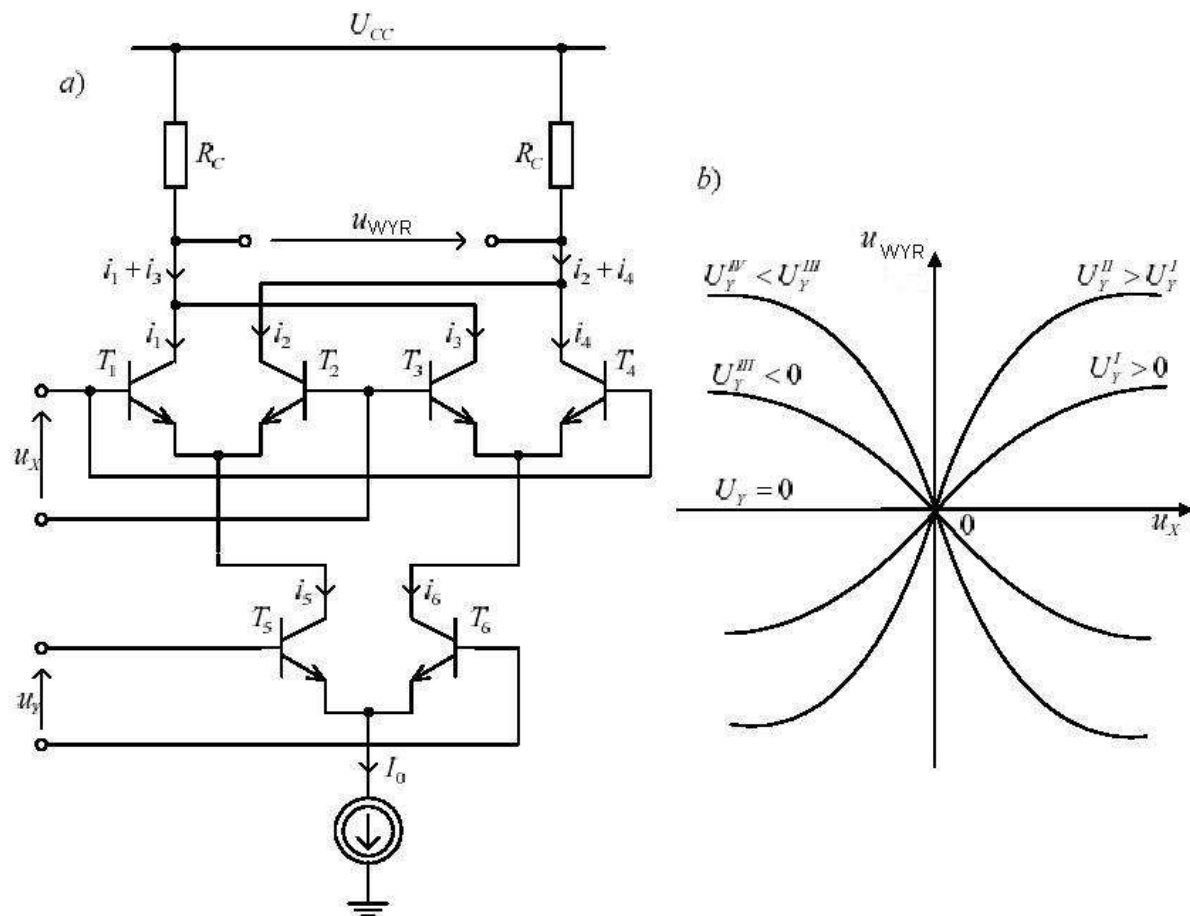
Korzystając za zależności:

$$\tanh \frac{u_x}{2U_T} \approx \frac{u_x}{2U_T} \quad \text{dla} \quad |u_x| \ll 2U_T$$

Napięcie wyjściowe układu wynosi:

$$u_{WYR} = (I_0 + g_m u_y) R_C \tanh \frac{u_x}{2U_T} \approx I_0 R_C \frac{u_x}{2U_T} + g_m R_C \frac{u_x u_y}{2U_T}$$

Transkonduktancyjne układy mnożące



Rys. 8. Czterókwartkowy transkonduktancyjny układ mnożący (modulator podwójnie zrównoważony)

Transkonduktancyjne układy mnożące

Wyjściowy prąd różnicowy układu wynosi:

$$\begin{aligned} i_{WYR} &= i_5 \operatorname{tgh}\left(\frac{u_x}{2U_T}\right) - i_6 \operatorname{tgh}\left(\frac{u_x}{2U_T}\right) = (i_5 - i_6) \operatorname{tgh}\left(\frac{u_x}{2U_T}\right) = \\ &= I_0 \left(\frac{u_y}{2U_T}\right) \left(\frac{u_x}{2U_T}\right) \approx \frac{I_0}{4U_T^2} u_x u_y \end{aligned}$$

przy napięciach wejściowych: $|u_x|, |u_y| \ll U_T$

Napięcie wyjściowe układu dane jest zależnością:

$$u_{WYR} = i_{WYR} R_C$$

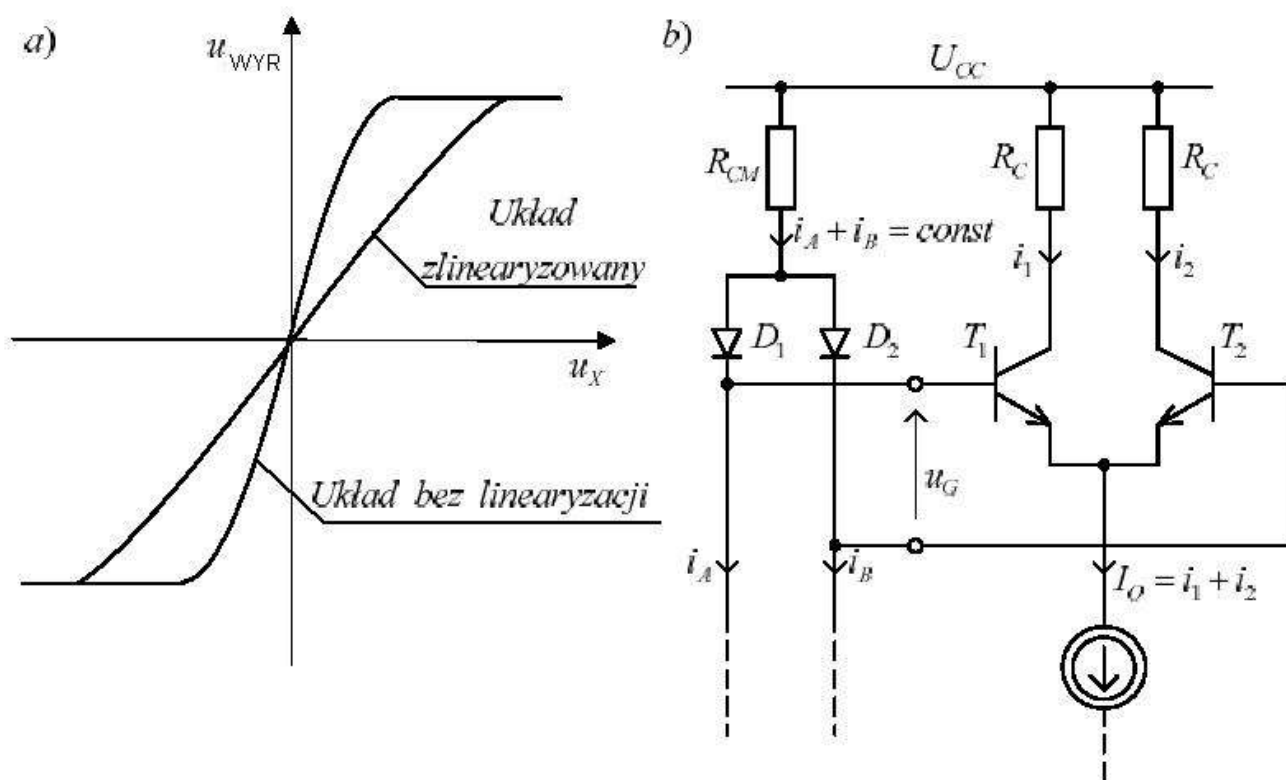
Transkonduktancyjne układy mnożące

Wadą obu prezentowanych mnożników transkonduktancyjnych jest bardzo mały zakres napięć wejściowych. Można ten zakres powiększyć dwoma sposobami:

- zastosowanie tzw. przetwornika Gilberta,
- zastosowanie we wzmacniaczach różnicowych dużych rezystancji emiterowych czyli sprzężenia zwrotnego (patrz semestr I „Wzmacniacze prądu stałego”).

Bardzo często stosuje się oba sposoby linearyzacji jednocześnie.

Transkonduktancyjne układy mnożące



Rys.9. Linearyzacja charakterystyk transkonduktancyjnego układu mnożącego: a) charakterystyki przejściowe układu, b) przetwornik Gilberta

Transkonduktancyjne układy mnożące

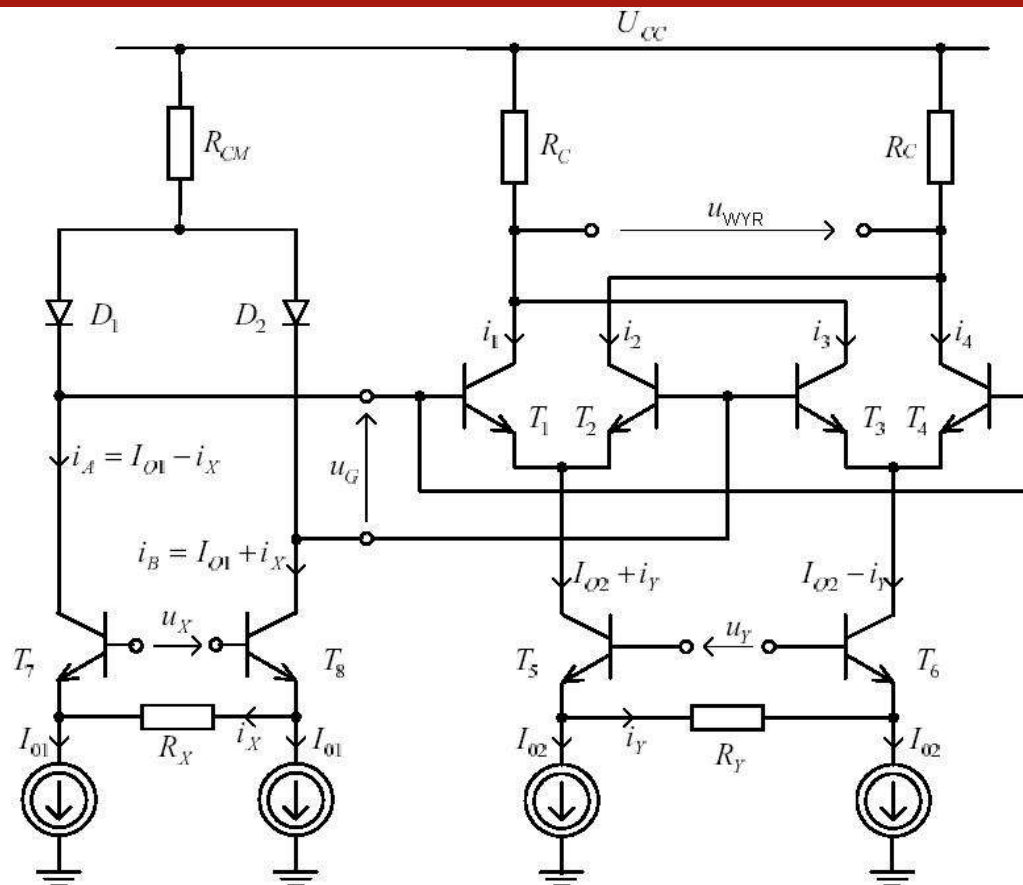
Para różnicowa jest sterowana napięciem na diodach D_1 i D_2 . Jeżeli złącza diod i złącza baza-emiter tranzystorów mają takie same charakterystyki napięciowo – prądowe to, przy zachowaniu warunków

$i_A + i_B = \text{const}$, $i_1 + i_2 = \text{const}$, zachodzi proporcja:

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{i_A}{i_B}$$

Diody są zazwyczaj sterowane prądami kolektorowymi oddzielnej pary różnicowej, która może być zlinearyzowana poprzez zastosowanie rezystorów emiterowych, co powoduje także linearyzację pracy pary różnicowej T_1 , T_2 .

Transkonduktancyjne układy mnożące



Rys. 10. Zlinearyzowany układ czteroćwiartkowego mnożnika transkonduktancyjnego (rezystory: R_x , R_y , R_{CM} , R_C są zazwyczaj dopinane do układu scalonego)

Transkonduktancyjne układy mnożące

Napięcia wejściowe są powiązane z prądami wejściowymi zależnościami:

$$i_x = \frac{u_x}{R_x} \quad i_y = \frac{u_y}{R_y}$$

Różnicowy prąd wyjściowy układu jest dany równaniem:

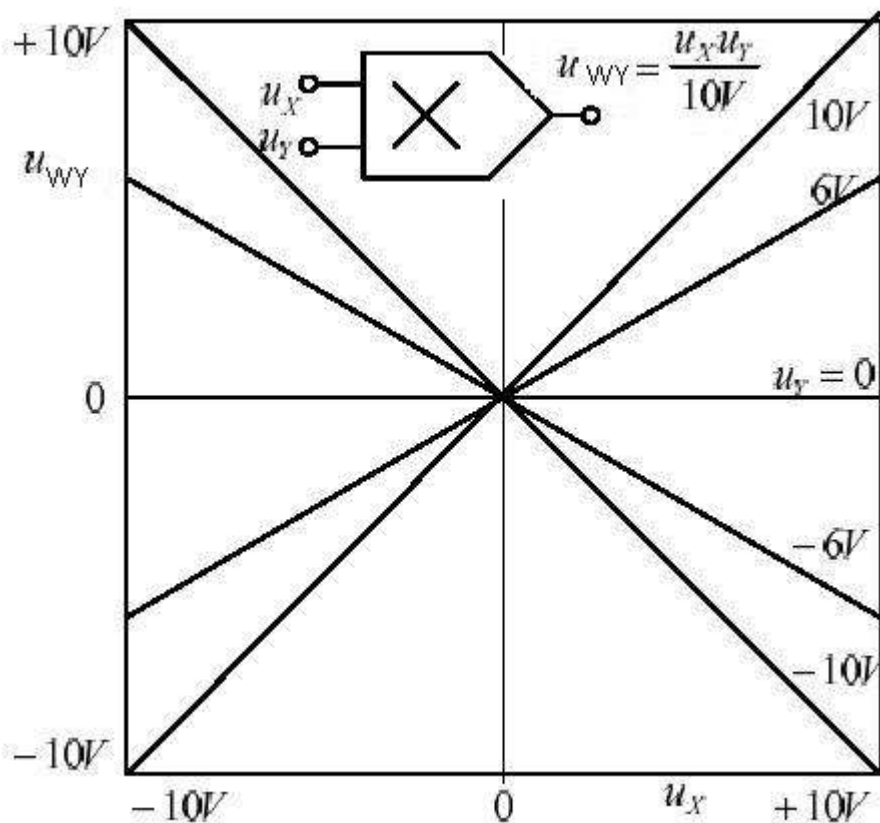
$$i_{WYR} = 2 \frac{i_x i_y}{I_{01}}$$

Napięcie wyjściowe obliczamy z zależności:

$$u_{WYR} = i_{WYR} R_C = \frac{2R_C}{I_{01} R_x R_y} u_x u_y = k_m u_x u_y$$

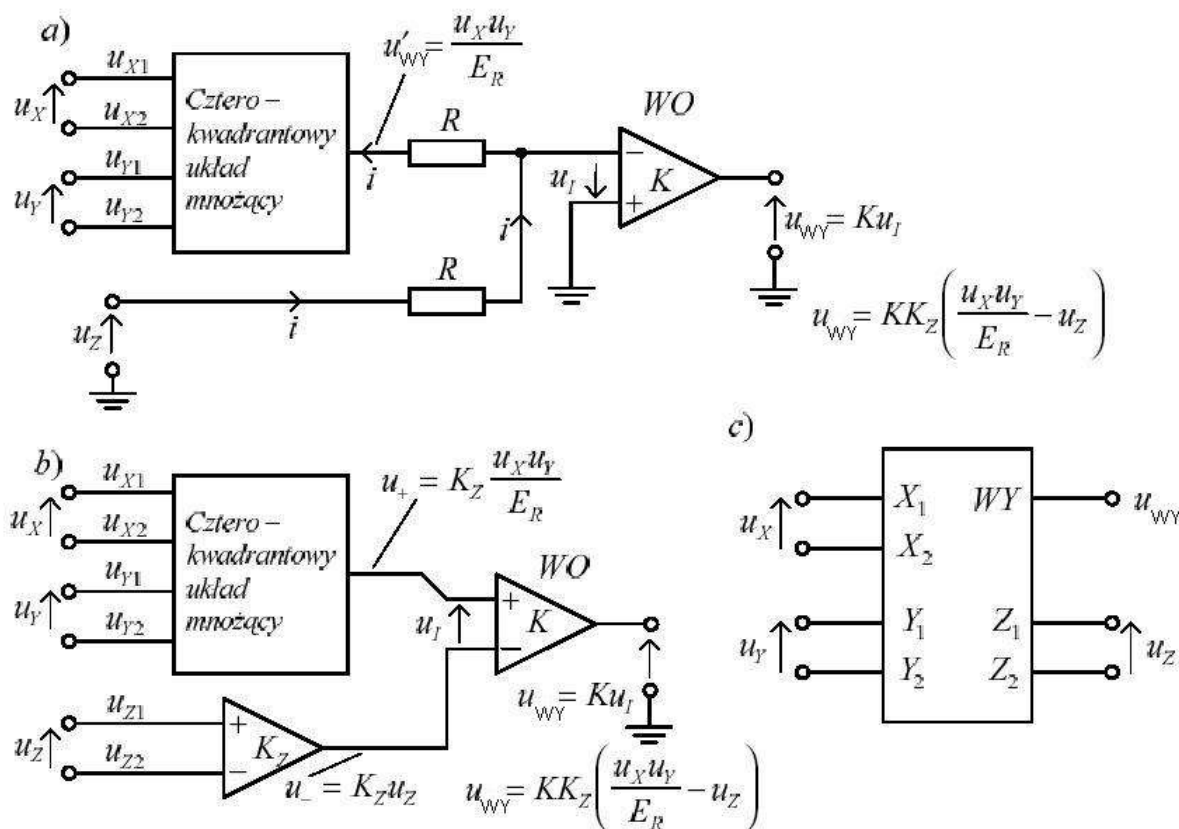
gdzie $k_m = \frac{2R_C}{I_{01} R_x R_y}$ jest stałą mnożenia, różną zwykle 0.1 V^{-1} .

Transkonduktancyjne układy mnożące



Rys.11. Typowe zlinearyzowane charakterystyki układu mnożącego i jego symbol

Uniwersalne układy mnożące



Rys. 12. Uniwersalne układy mnożące: a) z niesymetrycznym wejściem, b) z symetrycznym wejściem, c) oznaczenie układu z rys.b

Uniwersalne układy mnożące

I tak przykładowo dla układu z rys. 12a:

- podłączenie wyjścia wzmacniacza z wejściem Z ($u_z = u_{wy}$):

$$u_{wy} = \frac{u_x u_y}{E_R}$$

- podłączenie wyjścia wzmacniacza z wejściem Y ($u_y = u_{wy}$):

$$u_{wy} = E_R \frac{u_z}{u_x} \quad \text{dla} \quad u_x < 0$$

- podłączenie wyjścia wzmacniacza z wejściami X i Y

($u_x = -u_y = u_{wy}$):

$$u_{wy} = \sqrt{-E_R u_z} \quad \text{dla} \quad u_z < 0$$

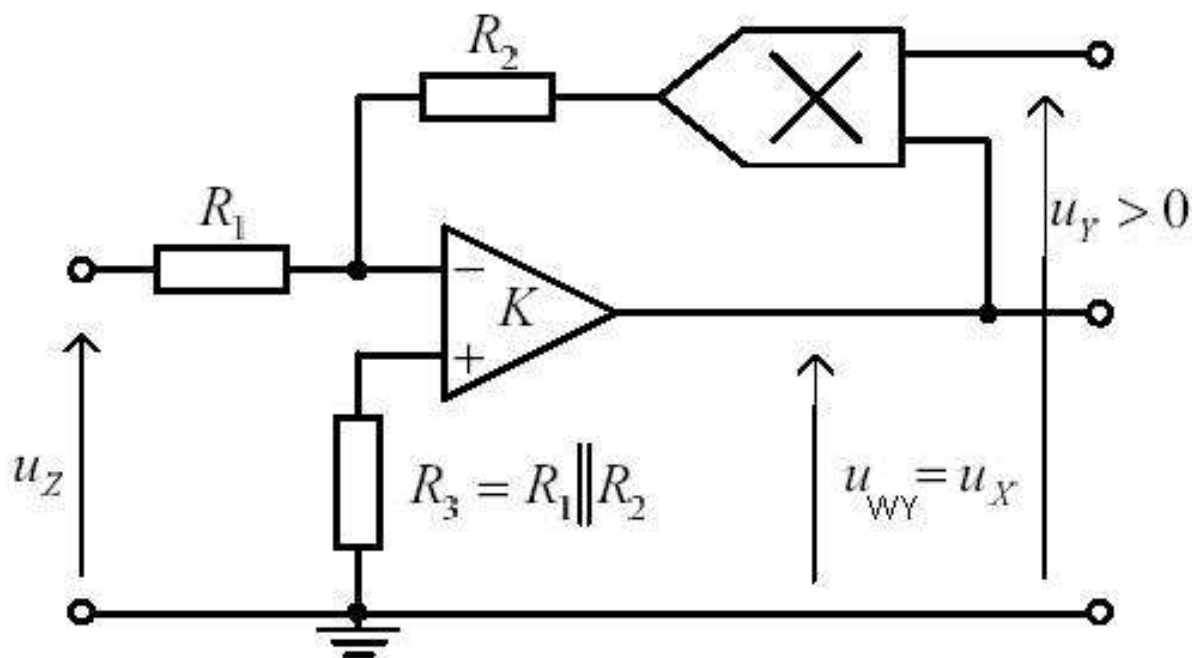
Przykład uniwersalnego wzmacniacza mnożącego – AD535.

Uniwersalne układy mnożące

Tabela 1. Przykładowe scalone transkonduktancyjne układy mnożące

Typ	Producent	Dokładność		Szerokość pasma	
		bez zerowania [%]	z zerowaniem [%]	1% [kHz]	3 dB [MHz]
MPY 100	Burr Brown	0,5	0,35	35	0,5
MPY 600	Burr Brown	1	0,5		60
AD 534	Analog Dev.	0,25	0,1	70	1
AD 633	Analog Dev.	1	0,1	100	1
AD 734	Analog Dev.	0,1		1000	10
AD 834	Analog Dev.	2			500

Zastosowanie układów mnożących - układy dzielące



Rys. 13. Układ dzielący zbudowany z wykorzystaniem mnożnika

Zastosowanie układów mnożących - układy dzielące

Napięcie wyjściowe układu dane jest zależnością:

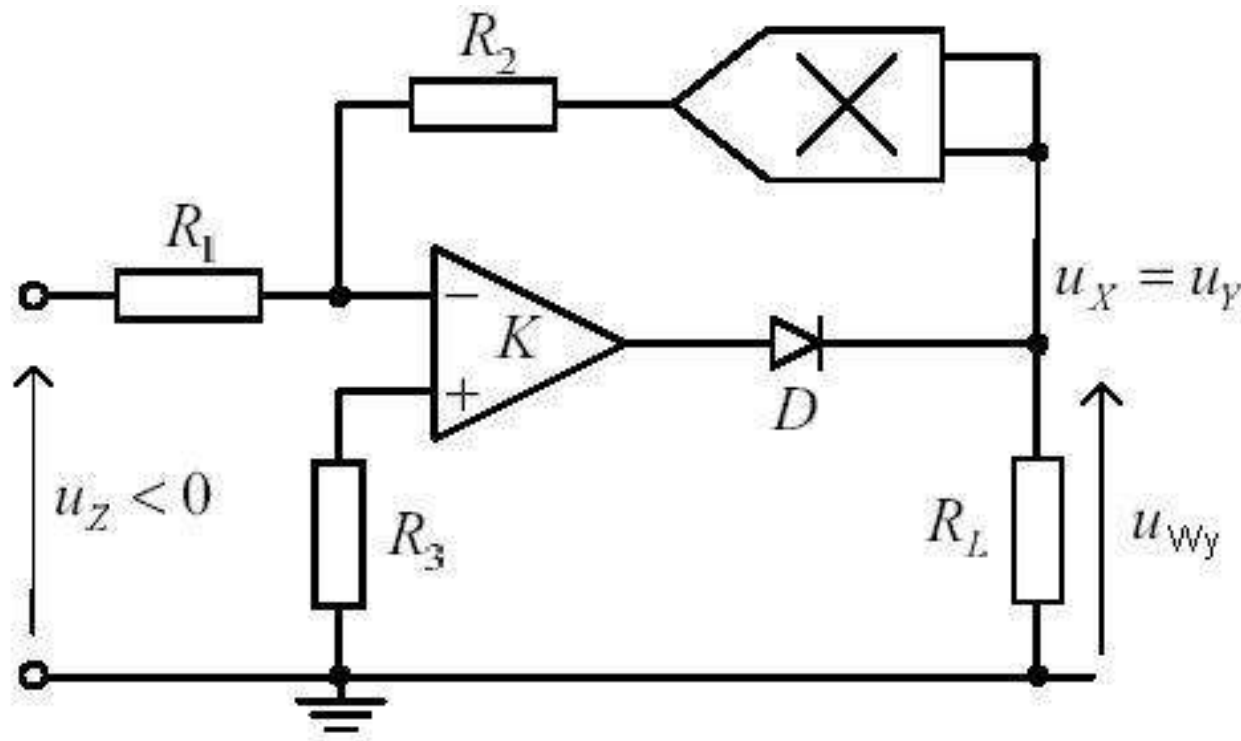
$$u_{wy} = u_x \approx -\frac{R_2}{R_1} E_R \frac{u_z}{u_y} \quad \text{dla} \quad u_y > 0$$

Uwzględniając błąd operacji mnożenia:

$$u_{wy} = -\frac{R_2}{R_1} E_R \frac{u_z}{u_y} + \delta_0 \frac{E_R}{u_y}$$

Ważny jest wpływ amplitudy u_y na wartość błędu.

Zastosowanie układów mnożących - układy pierwiastkujące



Rys. 14. Schemat układu pierwiastkującego wykorzystującego układ mnożnika

Zastosowanie układów mnożących - układy pierwiastkujące

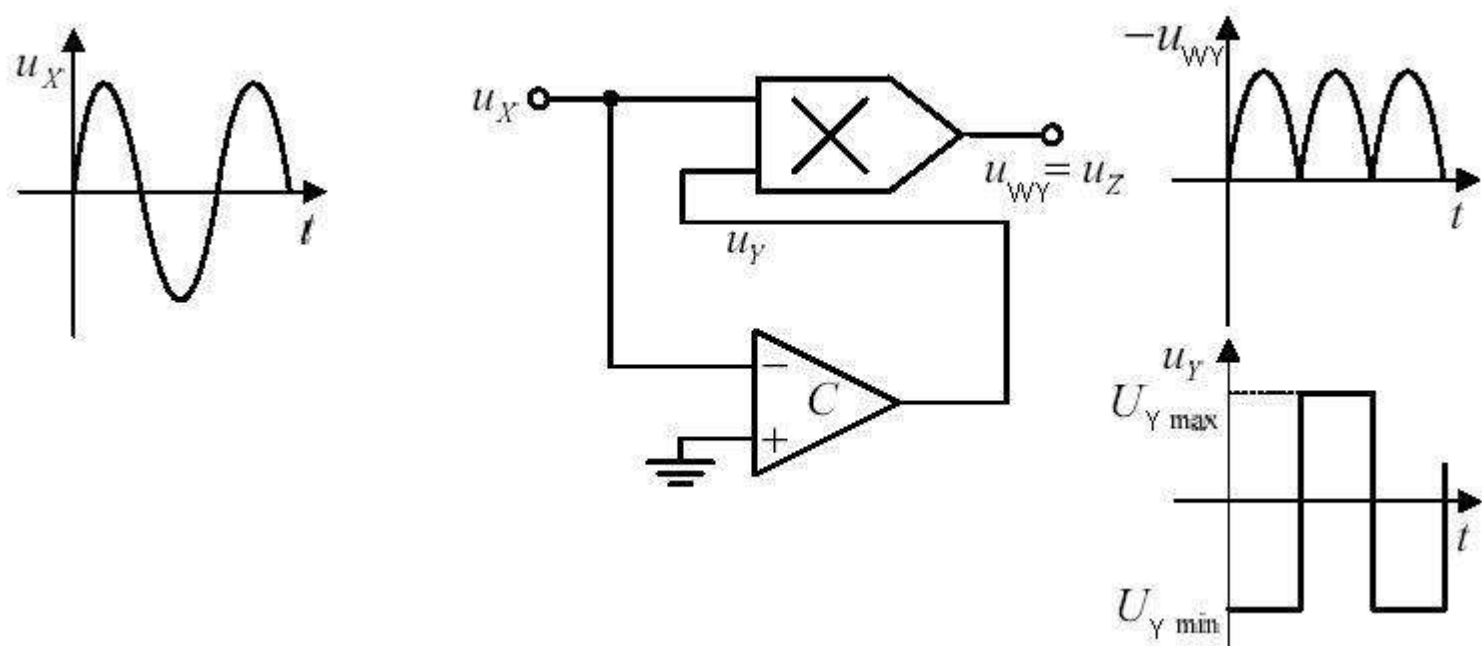
Napięcie wyjściowe układu dane jest zależnością:

$$u_{wy} = u_x \approx \sqrt{-\frac{R_2}{R_1} E_R u_z} \quad \text{dla} \quad u_z < 0$$

Błąd operacji pierwiastkowania wzrasta wraz z maleniem napięcia u_z .

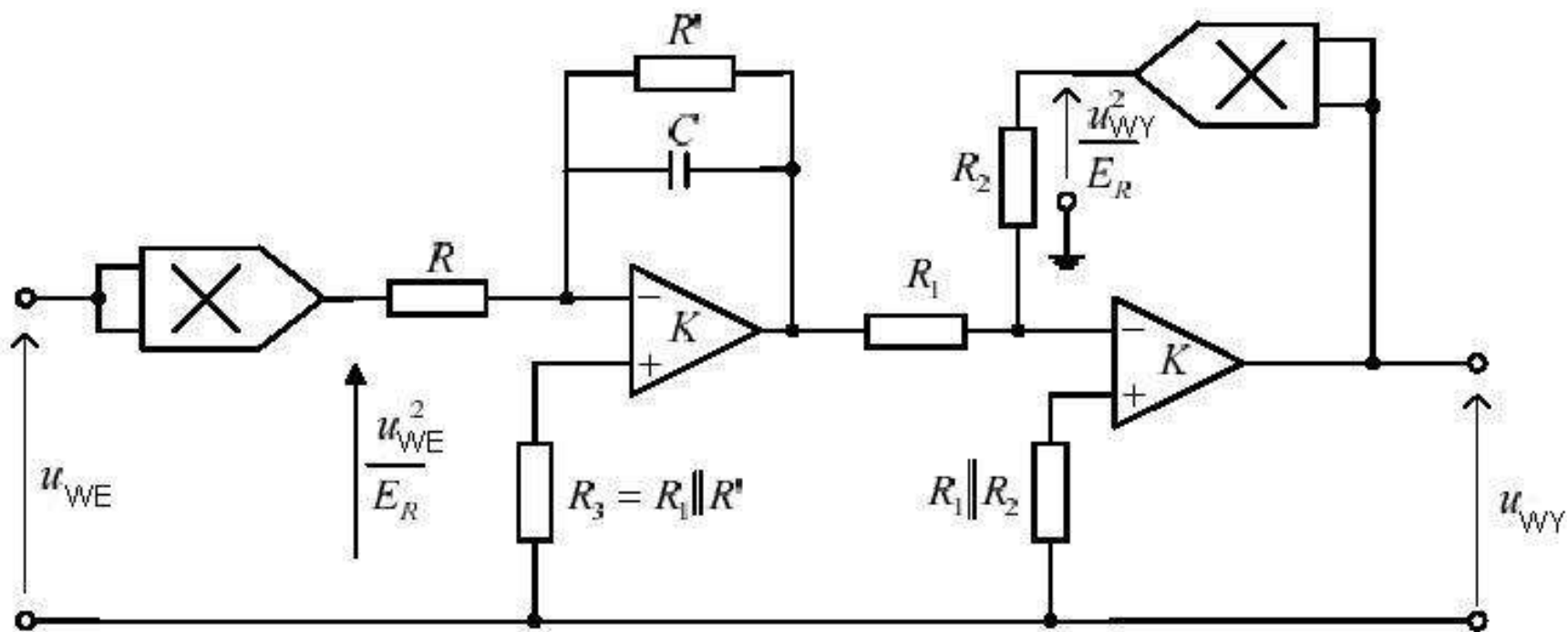
Dioda półprzewodnikowa zapobiega zablokowaniu (zatrzaśnięciu) się układu gdy napięcie u_z będzie większe od zera. Przy braku diody i zastosowaniu $u_z > 0$ układ by się nasycił i powrót do normalnego działania byłby możliwy po rozwarciu pętli SZ.

Zastosowanie układów mnożących - dwupołówkowy prostownik precyzyjny



Rys. 15. Układ precyzyjnego prostownika dwupołówkowego zbudowanego z układu mnożącego

Zastosowanie układów mnożących - przetwornik wartości skutecznej



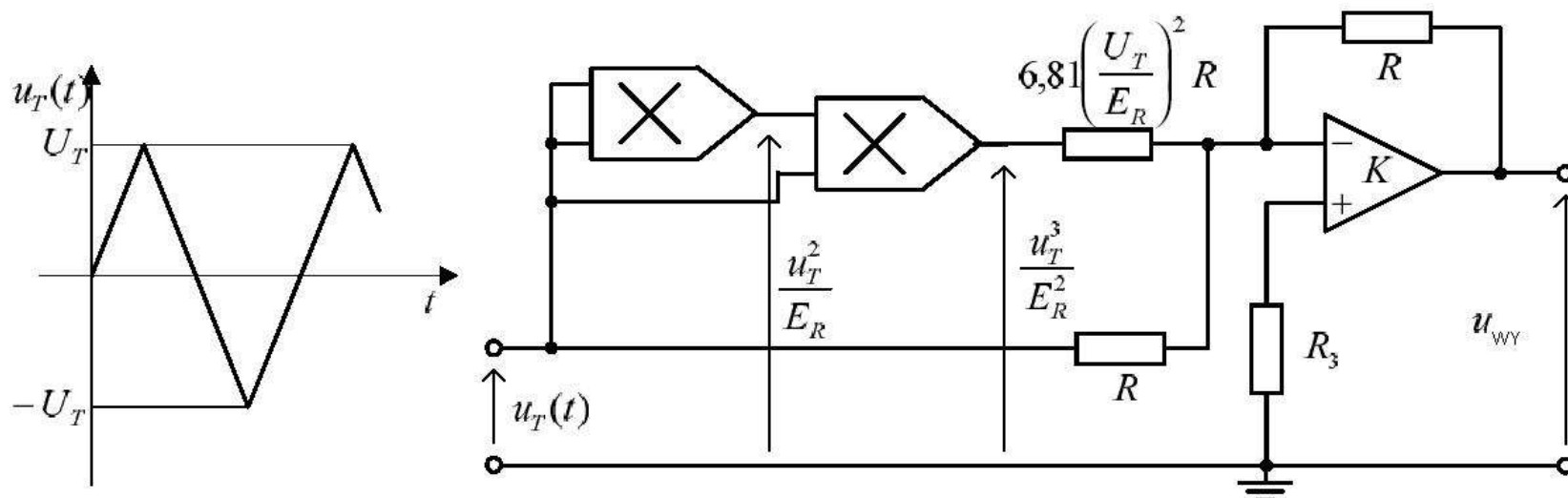
Rys. 16. Układ przetwornika wartości skutecznej

Zastosowanie układów mnożących - przetwornik wartości skutecznej

Układ realizuje zależność:

$$u_{wy} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{RC} \int_0^T u_{we}^2(t) dt}$$

Zastosowanie układów mnożących - przetwornik trójkąt - sinus



Rys. 17. Układ przetwornika trójkąt sinus zbudowany w oparciu o układy mnożące

Zastosowanie układów mnożących - przetwornik trójkąt - sinus

Wejściowe napięcie trójkątne dane jest zależnością:

$$u_T(t) = (-1)^k \frac{2U_T}{\pi} (\omega t - k\pi) \quad \text{dla} \quad \frac{(2k-1)\pi}{2} \leq \omega t \leq \frac{(2k+1)\pi}{2}$$

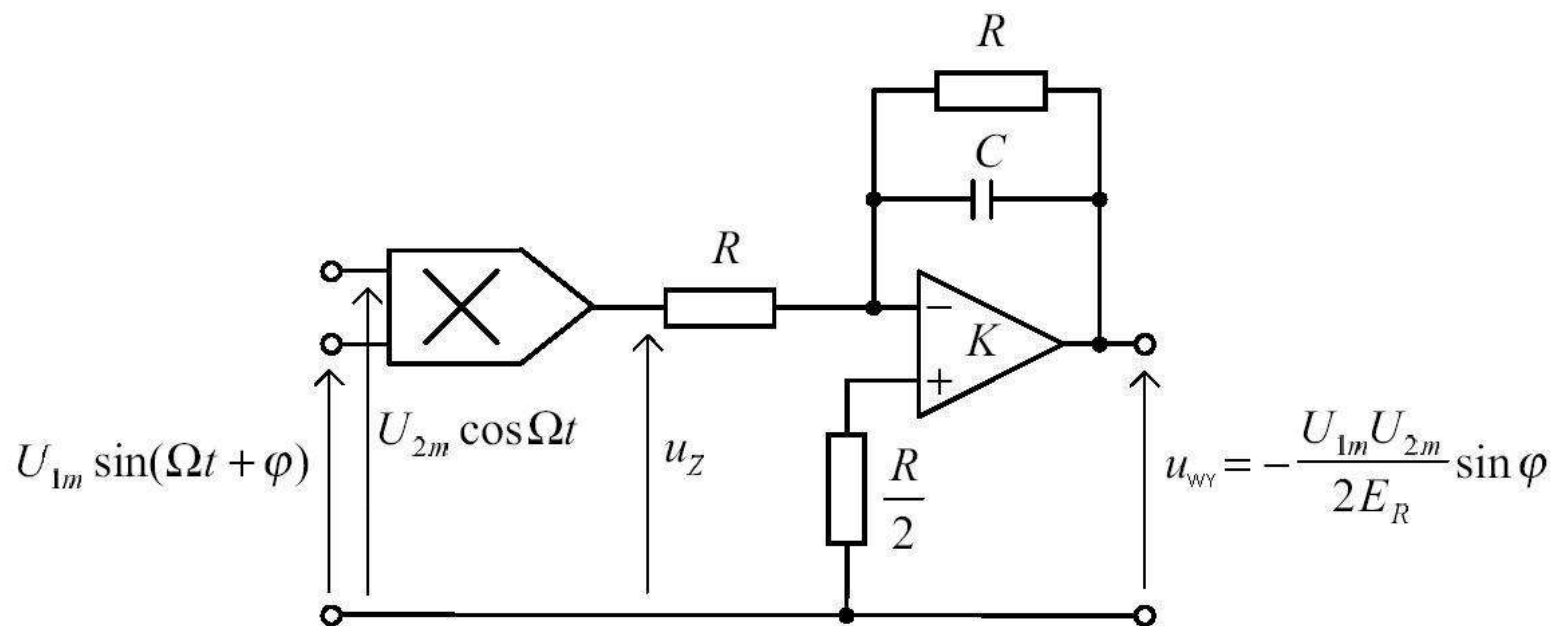
Przebieg sinusoidalny można aproksymować szereg potęgowym:

$$U_m \sin \omega t = U_m \left[\omega t - \frac{(\omega t)^3}{3!} + \frac{(\omega t)^5}{5!} - \dots \right]$$

Napięcie wyjściowe układu dane jest zależnością:

$$u_{wy} = U_m \sin \omega t \approx U_m \left[\omega t - \frac{(\omega t)^3}{6.81} \right]$$

Zastosowanie układów mnożących - detektor fazoczuły



Rys. 18. Schemat detektora fazoczułego

Zastosowanie układów mnożących - detektor fazoczuły

Napięcie na wyjściu układu mnożącego wynosi:

$$u_z = \frac{U_{1m} U_{2m}}{2E_R} [\sin(2\Omega t + \varphi) + \sin \varphi]$$

Po odfiltrowaniu napięcia u_z w filtrze dolnoprzepustowym otrzymujemy napięcie wyjściowe układu równe:

$$u_{wy} = -\frac{U_{1m} U_{2m}}{2E_R} \sin \varphi$$



Zagadnienia

1. Rodzaje i parametry analogowych układów mnożących
2. Układy mnożące z modulacją szerokości i amplitudy impulsów prostokątnych
3. Mnożenie w oparciu o układy logarytmujące i wykładnicze
4. Mnożenie z wykorzystaniem kwadratorów
5. Transkonduktancyjne układy mnożące
6. Uniwersalne układy mnożące
7. Zastosowanie mnożników – układ dzielący
8. Zastosowanie mnożników – układ pierwiastkujący
9. Zastosowanie mnożników – dwupołwkowy prostownik precyzyjny
10. Zastosowanie mnożników – przetwornik wartości skutecznej
11. Zastosowanie mnożników – przetwornik trójkąt – sinus
12. Zastosowanie mnożników – detektor fazoczuły