

Ćwiczenie 1

Prawa autorskie zastrzeżone:
Zakład Teorii Obwodów PW

PODSTAWOWE TWIERDZENIA TEORII OBWODÓW

Celem ćwiczenia jest weryfikacja pomiarowa:

- zasady superpozycji,
- twierdzenia o zastępczym źródle napięciowym,
- twierdzenia o dopasowaniu na maksimum mocy czynnej.

W ćwiczeniu należy:

- zastosować zasadę superpozycji do wyznaczania reakcji obwodu liniowego,
- wyznaczyć wartości elementów zastępczego dwójnika Thevenina,
- dopasować odbiornik do rzeczywistego źródła napięciowego stosując zasadę dopasowania na maksymalną moc czynną.

A. Wprowadzenie

1. Zasada superpozycji, liniowość układu

Zasada superpozycji odniesiona do obwodu elektrycznego głosi, że w układzie złożonym wyłącznie z elementów liniowych każda reakcja wywołana wieloma pobudzeniami jest równa sumie reakcji, jakie zostałyby wywołane oddzielnie przez poszczególne pobudzenia. Zasada superpozycji wyraża cechę addytywności układu, tzn., jeśli r_1 jest reakcją na pobudzenie p_1 , a r_2 reakcją na pobudzenie p_2 , to reakcja układu, mającego tę cechę, na pobudzenie $p_1 + p_2$ będzie wynosić $r_1 + r_2$.

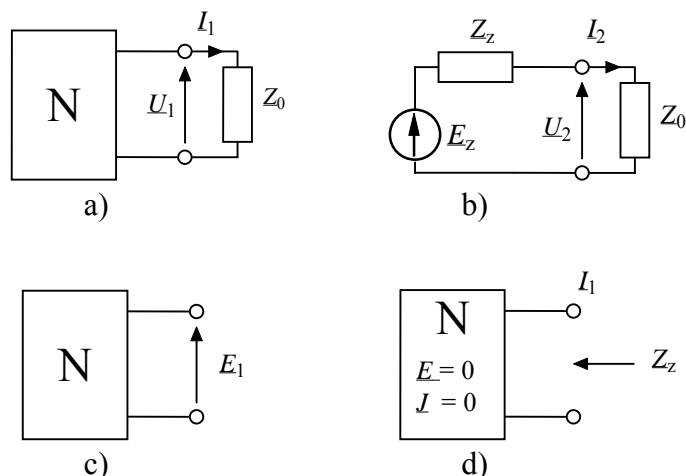
Jeśli układ wykazuje dodatkowo cechę proporcjonalności, tzn., jeśli pobudzeniu $c \cdot p(t)$ odpowiada reakcja $c \cdot r(t)$ dla dowolnej stałej c , to układ jest liniowy.

W szczególności zasada superpozycji obowiązuje w układach liniowych w stanie ustalonym przy pobudzeniach sinusoidalnie zmiennych o tej samej pulsacji. Może być wówczas wyrażona matematycznie za pomocą zespolonych wartości skutecznych pobudzeń i reakcji [1] i w takiej postaci będzie sprawdzana w ćwiczeniu.

2. Twierdzenie Thevenina

Podobnie jak zasadę superpozycji, twierdzenie Thevenina można również sformułować dla dwójnika znajdującego się w stanie ustalonym, zawierającego elementy SLS (Skupione, Liniowe i Stacjonarne) oraz źródła sinusoidalnie zmienne o tej samej pulsacji.

Dowolny dwójnik N zawierający elementy SLS oraz źródła autonomiczne, można zastąpić dwójnikiem równoważnym, złożonym ze źródła napięciowego o wartości skutecznej zespolonej siły elektromotorycznej \underline{E}_z , równej wartości skutecznej zespolonej napięcia na rozwartych zaciskach dwójnika N (rys. 1c) i szeregowo połączonego z nim dwójnika impedancyjnego. Impedancja \underline{Z}_z tego dwójnika jest równa impedancji dwójnika N pozbawionego źródeł autonomicznych (rys. 1d).



Rys. 1

3. Dopasowanie na maksymalną moc czynną

Moc czynna P wydzielona w odbiorniku o impedancji $\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0$ dołączonym do źródła o impedancji wewnętrznej $\underline{Z}_z = R_z + jX_z$ i sem \underline{E}_z (rys. 1b) wyraża się następującą zależnością [1]:

$$P = \frac{R_0 |\underline{E}_z|^2}{(R_0 + R_z)^2 + (X_0 + X_z)^2}. \quad (1)$$

Gdy $\underline{Z}_z = \underline{Z}_0^*$, tzn.

$$R_z = R_0 \text{ i } X_z = -X_0, \quad (2)$$

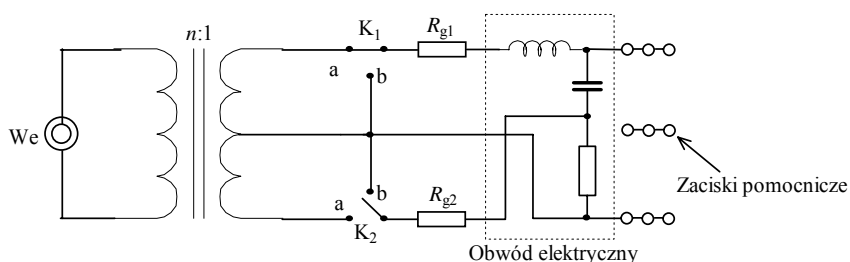
moc ta osiąga maksimum i jest równa mocy dysponowanej (rozporządzalnej) źródła

$$P_{\max} = P_{\text{dys}} = \frac{|\underline{E}_z|^2}{4R_z}. \quad (3)$$

B. Część laboratoryjna

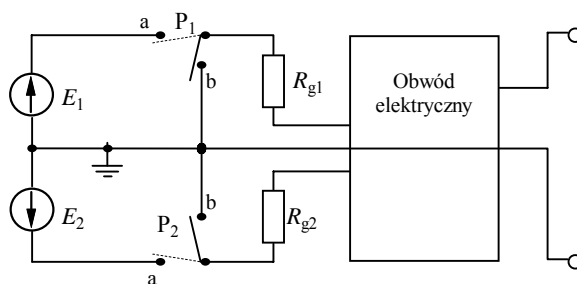
Uwaga: Wszystkie fazy od punktu 1.1 do 2.2 mierzyć względem fazy początkowej np. sem \underline{E}_1 .

Układ laboratoryjny jest zbudowany z elementów RLC i transformatora z dzielonym uzwojeniem wtórnym o przekładni obniżającej ($n \approx 3$) (rys.2).



Rys. 2

Zastosowanie transformatora o przekładni obniżającej powoduje, że transformowana rezystancja wewnętrzna generatora dołączonego do wejścia układu (W_e) jest do pominięcia w porównaniu z wielokrotnie większymi rezystancjami R_{g1} i R_{g2} . Można, zatem przyjąć, że rezystancje R_{g1} i R_{g2} reprezentują całkowite rezystancje wewnętrzne źródeł, a same źródła traktować w tych warunkach jako idealne. Konieczne przy sprawdzaniu zasady superpozycji i pomiarze impedancji zastępczej usuwanie sił elektromotorycznych (w ich miejsce należy włączyć zwarcie) jest realizowane w ćwiczeniu przez odłączanie źródeł E od reszty układu i dołączanie rezystorów R_{g1} i R_{g2} jednym zaciskiem do masy (rys.3).

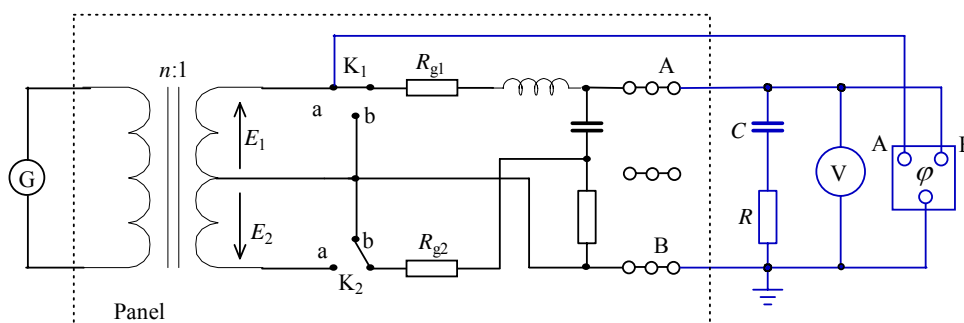


Rys. 3

1. Zasada superpozycji

1. 1. Dołączyć do panelu, wskazany przez prowadzącego, dwójnik o impedancji $\underline{Z} = R + \frac{1}{j\omega C}$

(rys.4). Z przedziału $0.5 \div 2.5$ kHz wybrać częstotliwość, przy której przeprowadzane będą pomiary w trakcie całego ćwiczenia. Ustawić poziom napięcia z generatora G , tak aby na rozwartych zaciskach panelu (A – B) było napięcie ~ 500 mV (przy włączonym E_1).



Rys. 4

Na zaciskach dołączonego dwójnika zmierzyć napięcie $\underline{U}_1 = U_1 e^{j\varphi_1}$, gdy włączone jest źródło E_1 (K_1 w pozycji a), a rezystor R_{g2} jest jednym zaciskiem dołączony do masy (K_2 w pozycji b).

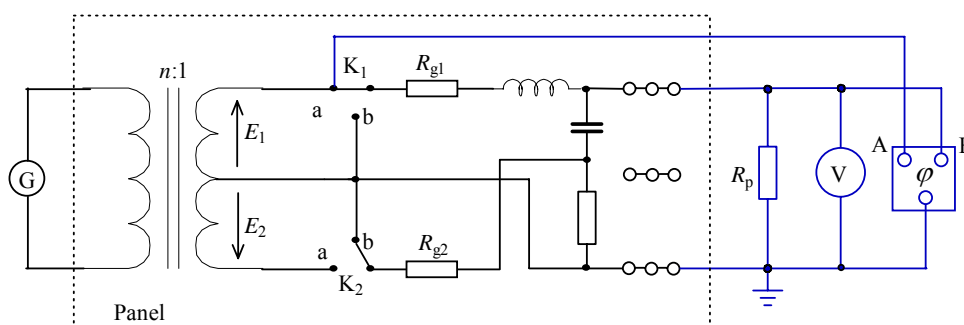
1.2. Na zaciskach dołączonego dwójnika zmierzyć napięcia $\underline{U}_2 = U_2 e^{j\varphi_2}$, gdy włączone jest źródło E_2 (K_2 w pozycji a), a rezystor R_{g1} jest jednym zaciskiem dołączony do masy (K_1 w pozycji b).

1.3. Na zaciskach dołączonego dwójnika zmierzyć napięcie $\underline{U} = U e^{j\varphi}$ gdy włączone są obydwie źródła (K_1 i K_2 w pozycji a). **Sprawdzić na stanowisku (używając kalkulatora) zasadę superpozycji (porównać moduły i fazy)!**

2. Twierdzenie Thevenina

2.1 Włączyć źródło E_1 , a rezystor R_{g2} dołączyć jednym zaciskiem do masy. Zmierzyć napięcie $\underline{U}_0 = U_0 e^{j\varphi_0}$ pomiędzy rozwartymi zaciskami wyjściowymi.

Dołączyć do układu (rys. 5) rezystor R_p o rezystancji wybranej z przedziału $(100 \div 1000) \Omega$ i zmierzyć napięcie na tym rezystorze $\underline{U}_R = U_R e^{j\varphi_R}$ (zaleca się dobierać R_p tak, aby $U_R \approx \frac{1}{2} U_0$).



Rys. 5

Obliczyć w trakcie ćwiczenia impedancję zastępczą układu ze wzoru

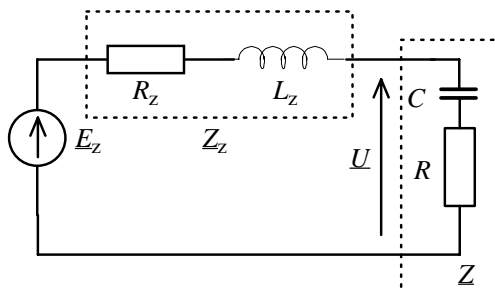
$$\underline{Z}_Z = \frac{\underline{U}_0 - \underline{U}_R}{\frac{\underline{U}_R}{R_p}} = \left(\frac{\underline{U}_0}{\underline{U}_R} - 1 \right) R_p.$$

2.2. Powtórzyć pomiary i obliczenia z p. 2.1 dla włączonego źródła E_2 oraz $E_1 + E_2$.

2.3. Odłączyć generator i inne przyrządy pomiarowe, a obydwie rezystory R_{g1} i R_{g2} dołączyć do masy. Zmierzyć impedancję \underline{Z}_Z dwójnika za pomocą miernika impedancji dla wybranej w ćwiczeniu częstotliwości.

Porównać rezultat z wynikami uzyskanymi w p. 2.1 i 2.2.

2.4. Zbudować, wykorzystując odpowiedni panel na stanowisku, układ jak na rys.6, przy czym $\underline{Z}_Z = R_Z + jX_Z = R_Z + j\omega L_Z$, jak w punkcie 2.3, natomiast impedancję $\underline{Z} = R - j\frac{1}{\omega C}$ ustaloną w p.1.1. Wartość skuteczną napięcia E_Z uczynić równą wartości skutecznej napięcia U_0 zmierzonej w punkcie 2.1, a następnie zmierzyć napięcie $\underline{U} = U e^{j\varphi}$ mierząc fazę φ względem napięcia \underline{E}_Z .



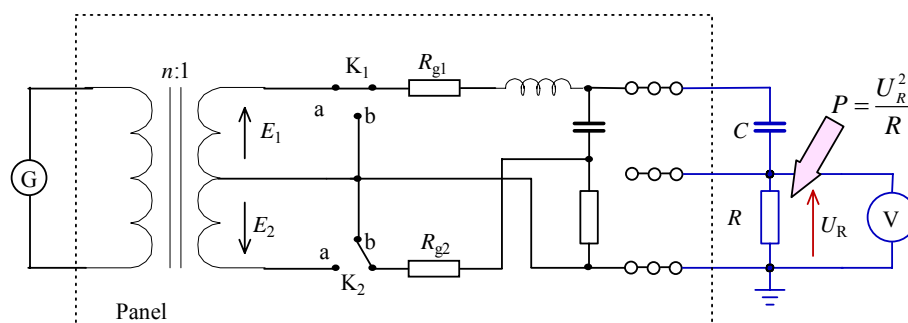
Rys. 6

Porównać zmierzone napięcie \underline{U} z napięciem \underline{U}_1 zmierzonym w punkcie 1.1 pamiętając, że przy porównaniu faz należy uwzględnić fazę początkową napięcia \underline{U}_0 zmierzonego w punkcie 2.1.

3. Dopasowanie na maksimum mocy czynnej

3.1. Zmierzyć ponownie napięcia biegu luzem na panelu w przypadku, kiedy działają odpowiednio źródła \underline{E}_1 , \underline{E}_2 , $\underline{E}_1 + \underline{E}_2$.

Wyznaczyć elementy dwójnika RC , które zapewnią dopasowanie na maksimum mocy czynnej $\underline{Z}_0 = \underline{Z}_Z^* = R_0 - j\frac{1}{\omega C_0}$. Dołączyć do panelu dwójnik RC (rys.7) o rezystancji $R = R_0$.



Rys. 7

Zmieniając pojemność C dołączonego dwójnika w szerokim zakresie (np. w sekwencji $C = 10\mu F$ (pierwsza wartość) oraz następne wartości zgodnie ze wzorem: $C = 10C_p/k$, $k = 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 35, 40$, gdzie C_p jest zaokrągloną do 100 nF wartością C_0), **mierzyć napięcie U_R na rezystorze R** , gdy włączone jest źródło E_1 , a rezystor R_{g2} jest jednym zaciskiem dołączony do masy.

Wyniki pomiaru przedstawić w formie wykresu $P = f(X_c)$, gdzie $X_c = 1/(\omega C)$. Z wykresu określić wartość pojemności C_{max} , dla której moc czynna P wydzielona w rezystorze R osiąga maksimum. Porównać wartości C_{max} i C_0 .

3.2. Obciążyć układ dwójnikiem jak w punkcie 3.1. Zmieniając rezystancję R tego dwójnika (w zakresie od 0.1 do $5 R_0$, z dokładnością do 50Ω), przy $C = C_0$, mierzyć napięcie U_R na rezystorze oraz obliczać moc czynną wydzielaną w rezystorze R , gdy:

- jest włączone źródło E_1 , a rezystor R_{g2} jest jednym zaciskiem dołączony do masy,
- jest włączone źródło E_2 , a rezystor R_{g1} jest jednym zaciskiem dołączony do masy,
- są włączone obydwa źródła.

Wyniki pomiarów napięć zamieścić w tabeli. Sporządzić na jednym rysunku charakterystyki $P = f(R)$ dla trzech przypadków (a, b, c). Z wykresów wyznaczyć maksymalne moce czynne P_{max} oraz odpowiadające im rezystancje dopasowania R_d . Porównać te wartości z P_d oraz R_Z .

Pytania kontrolne

- Opisać sposoby wyznaczania układów zastępczych wynikających z tw. Thevenina i Nortona.
- Podać i uzasadnić twierdzenie Thevenina (Nortona).

3. Stosując metodę symboliczną zapisać wyrażenie:

$$f(t) = 2\sqrt{2} \sin(100t - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos(100t + \frac{\pi}{4})$$

w postaci jednej funkcji trygonometrycznej.

4. Omówić metodę analizy obwodów elektrycznych SLS, e , i_z w stanie ustalonym przy działaniu pobudzeń sinusoidalnych o różnych pulsacjach.
5. Na dwójniku o impedancji $\underline{Z} = (3 - j4) \Omega$ występuje napięcie $\underline{U} = (4 - 5j) \text{ V}$. Obliczyć moce: czynną, bierną i pozorną, wydzielone w tym dwójniku. Wynik przedstawić graficznie.
6. Podać definicje w metodzie symbolicznej następujących pojęć: impedancja, admitancja, reaktancja, susceptancja oraz immitancja.

7. Wyprowadzić zależność z pkt.2.1, tzn. $\underline{Z}_Z = \frac{\underline{U}_0 - \underline{U}_R}{\frac{\underline{U}_R}{R_p}} = \left(\frac{\underline{U}_0}{\underline{U}_R} - 1 \right) R_p$.

8. Podać definicję wartości średniej i skutecznej sygnału okresowego. Ile wynosi wartość średnia i skuteczna sygnału okresowego, opisanego w okresie funkcją

$$f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 1, \\ 0, & 1 < t \leq 3. \end{cases}$$

9. Zdefiniować moc dysponowaną źródła rzeczywistego. Podać twierdzenie o dopasowaniu obciążenia na maksymalną moc czynną.
10. Podać warunki stosowalności zasady superpozycji.

Literatura

[1] J. Osiowski, J. Szabatin, Podstawy teorii obwodów, tomII, Podręczniki akademickie, NT, Warszawa 1995