

# **SPRAWOZDANIE Z LABORATORIUM PODSTAWY I ALGORYTMY PRZETWARZANIA SYGNAŁÓW**

**Wykonał:**

Kacper Nowak 132752

**Termin:**

Czwartek, godzina 9.15

## **Ćwiczenie nr 2 Próbkowanie i kwantowanie**

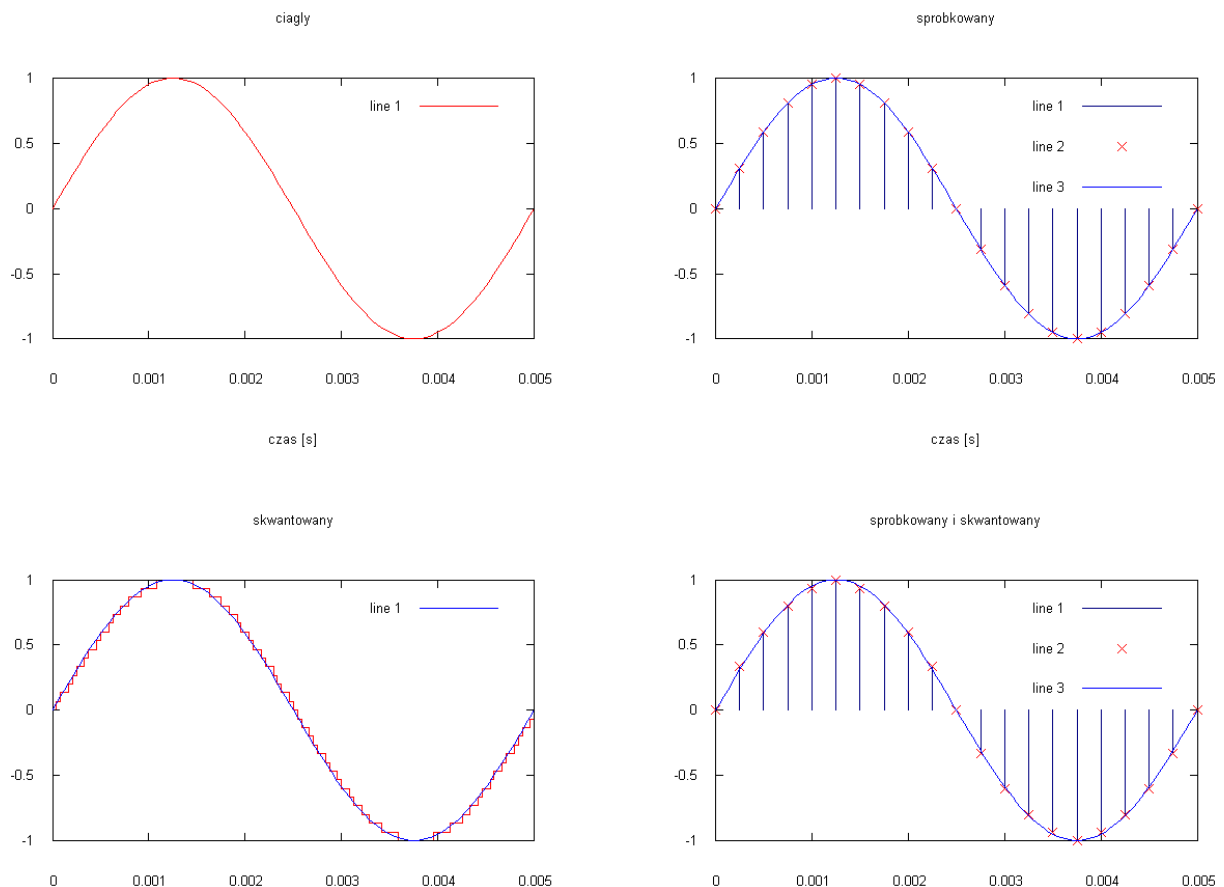
## 1. Dyskretyzacja sygnałów analogowych.

Obserwowano sygnał ciągły, który poddano operacją:

- Próbkowania
- Kwantowania
- Próbkowania i kwantowania

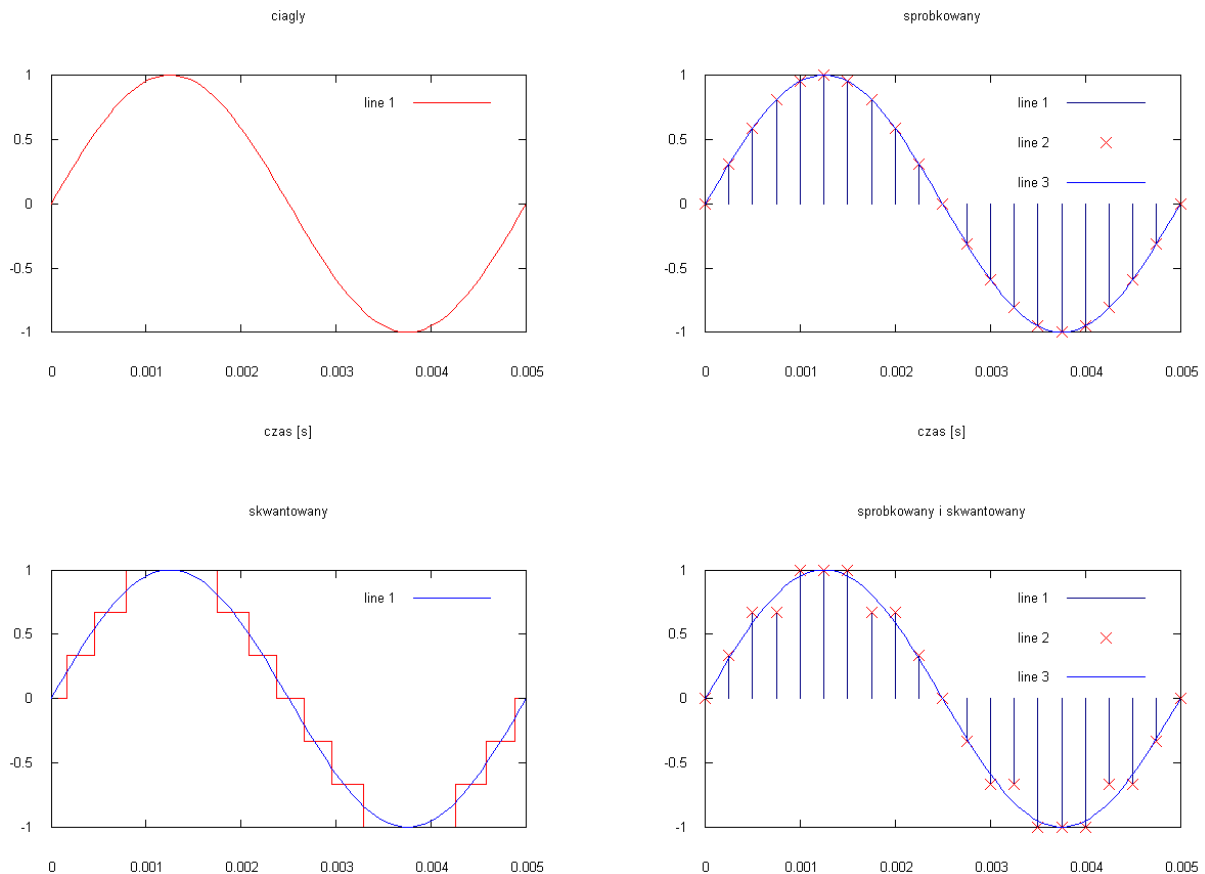
W ćwiczeniu wykorzystano skrypt `rodzaje.m`

Przy domyślnych ustawieniach skryptu sygnał sinusoidalny o częstotliwości 200 Hz i amplitudzie 1, został wiernie spróbkowany z częstotliwością 4000 Hz i skwantowany przetwornikiem cztero bitowym. Wyniki przedstawiono na rysunku 1.



Rys 1. Sygnał ciągły  $\Rightarrow$   $f_p = 4000$  Hz przetwornik cztero bitowy.

Dla domyślnie dobranej rozdzielczości przetwornika praktycznie nie widać różnicy między sygnałem spróbkowanym, a sygnałem spróbkowanym i skwantowanym. Z tego względu ten sam sygnał wejściowy poddano ponownemu próbkowaniu i kwantowaniu, tym razem jednak użyto przetwornika dwu bitowego. Wyniki przedstawiono na rysunku 2.



Rys 2. Sygnał ciągły  $\Rightarrow f_p = 4000$  Hz przetwornik dwu bitowy.

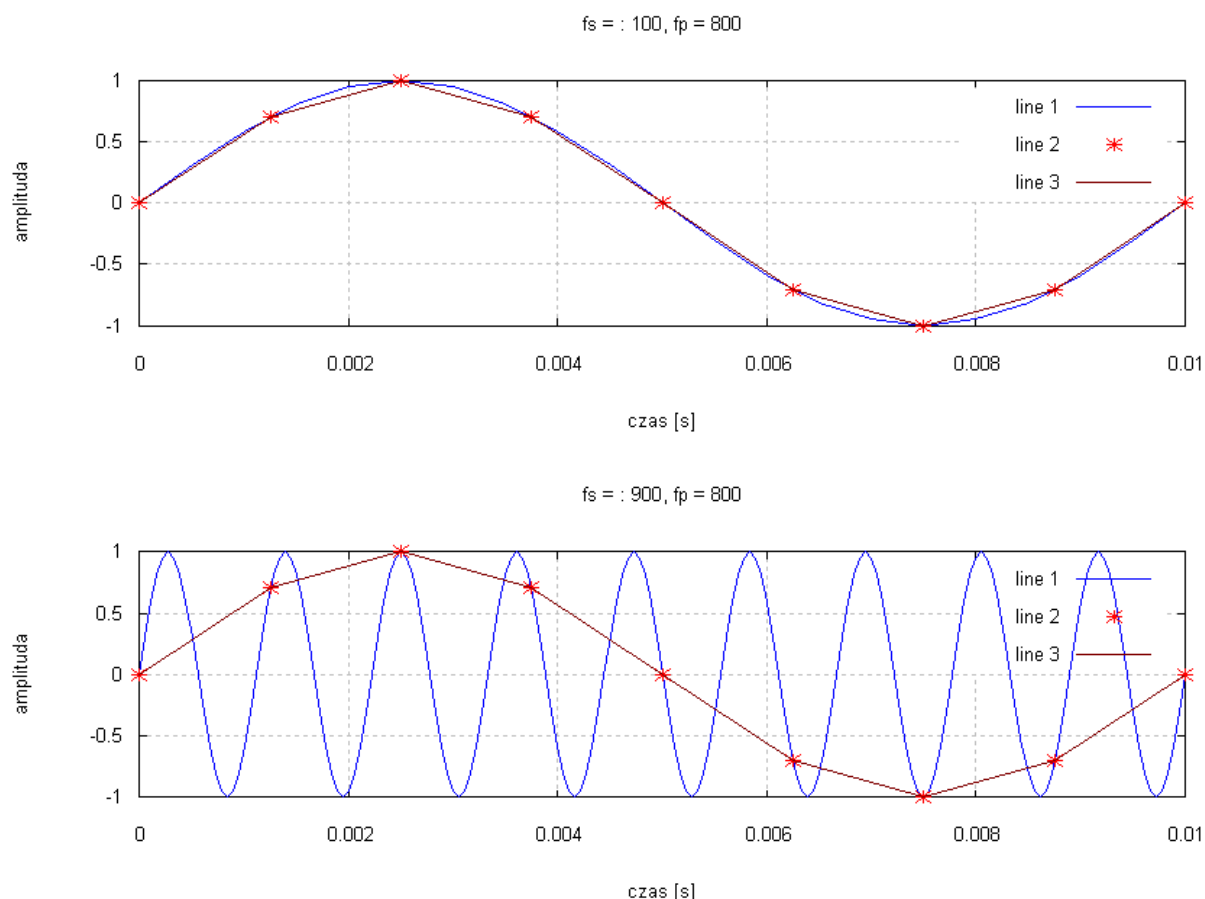
Na powyższym rysunku wyraźnie możemy zaobserwować wpływ kwantowania na wartości próbek.

## 2. Próbkowanie.

### 2.1. Niejednoznaczność próbkowanego sygnału.

Obserwowano wpływ częstotliwości próbkowania na możliwość odtworzenia sygnału pierwotnego dla różnych sygnałów sinusoidalnych.

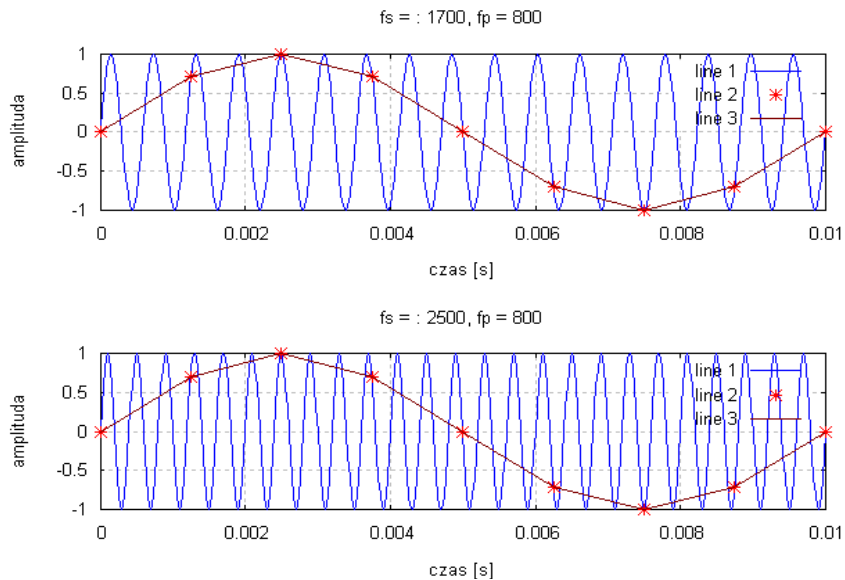
Pierwsza sinusoida o częstotliwości  $f_s = 100$  Hz oraz druga o częstotliwości  $f_s = 900$  Hz próbkowano z  $f_p = 800$  Hz.



Rys 3.  $f_{s1}=100$  Hz,  $f_{s2}=900$  Hz  $f_p=800$  Hz.

Rysunek trzeci obrazuje zjawisko niejednoznaczności próbkowania. Próbkę pobrane z pierwszej sinusoidy są identyczne do tych pobranych w przypadku drugiej. Mamy zatem pewną niejednoznaczność. Nie wiemy jaka była częstotliwość pierwotna sygnału.

Znaleziono również dwie inne częstotliwości dla których próbki pobrane z  $f_p=800$  Hz są próbkami identycznymi jak w przypadku pierwszej sinusoidy. Znalezione częstotliwości to  $f_{s1}=700$  Hz oraz  $f_{s2}=1700$  Hz. Wykresy tychże sygnałów znajdują się na rysunku 4.



Rys 4.  $f_{s1}=1700$  Hz,  $f_{s2}=2500$  Hz  $f_p=800$  Hz.

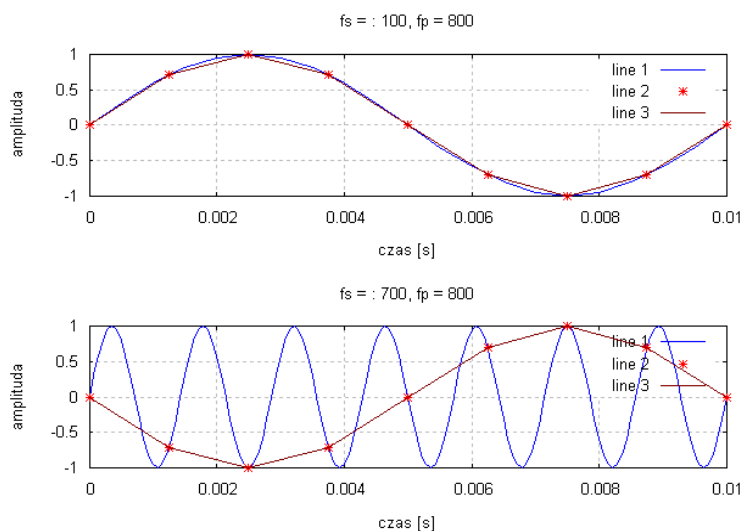
Analizując wyniki zauważyć można, że gdy “zagęszczanie” okresów sinusoidy przebiega zgodnie ze wzorem  $f_p$

$$FT[\sin(f_s)] = FT[\sin(f_0 \pm k \cdot f_p)] \quad \text{wzór 1.}$$

gdzie:

- $k$  - to liczba naturalna
- częstotliwość próbkowania
- $f_0$  - częstotliwość sygnału pierwszego
- $f_s$  - częstotliwość sygnału drugiego

Zaznaczyć należy przy tym, iż dla częstotliwości np.  $f_s=700$  Hz dostaniemy próbki zgodne co do wartości z próbkami, gdy  $f_s=100$  Hz, lecz o przeciwnym znaku. Jest to spowodowane tym że następuje odbicie w dziedzinie częstotliwości prążka 100 Hz po lewej stronie osi ( - 100 Hz ) a następnie powielenie o częstotliwość próbkowania  $f_p=800$  Hz. Przykład zilustrowano na rysunku nr 5.



Rys 5.  $f_{s1}=100$  Hz,  $f_{s2}=700$  Hz  $f_p=800$  Hz.

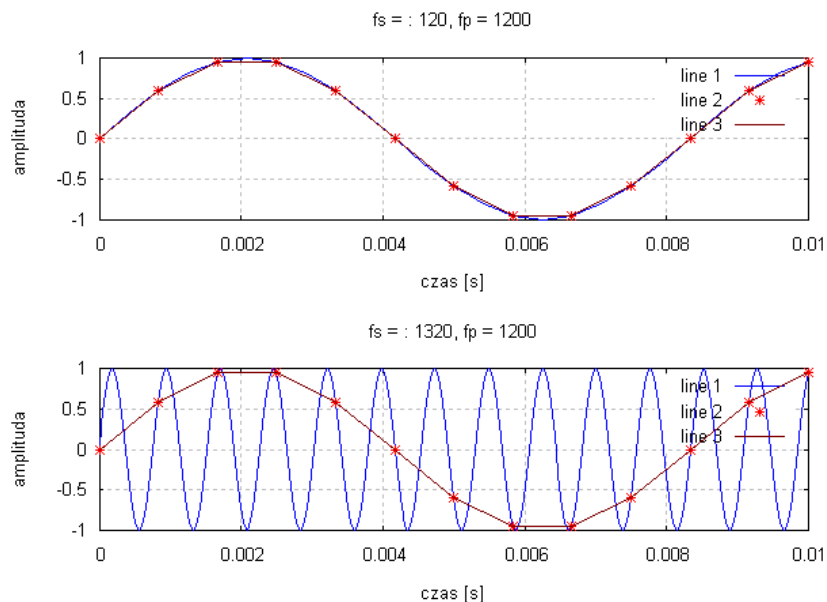
Aby znaleźć częstotliwość sygnału, który próbkowany z częstotliwością  $f_p=1200$  Hz, ma takie same wartości próbek co sinusoida o  $f_s=120$  Hz, należy rozwiązać równanie wynikające ze wzoru 1. Zatem:

$$f_{s2} = f_s + k \cdot f_p \quad \text{wzór 2.}$$

dla  $k=1$

$$f_{s2} = 120 + 1 \cdot 1200 = 1320 \text{ Hz}$$

Ilustracja graficzna poniżej.

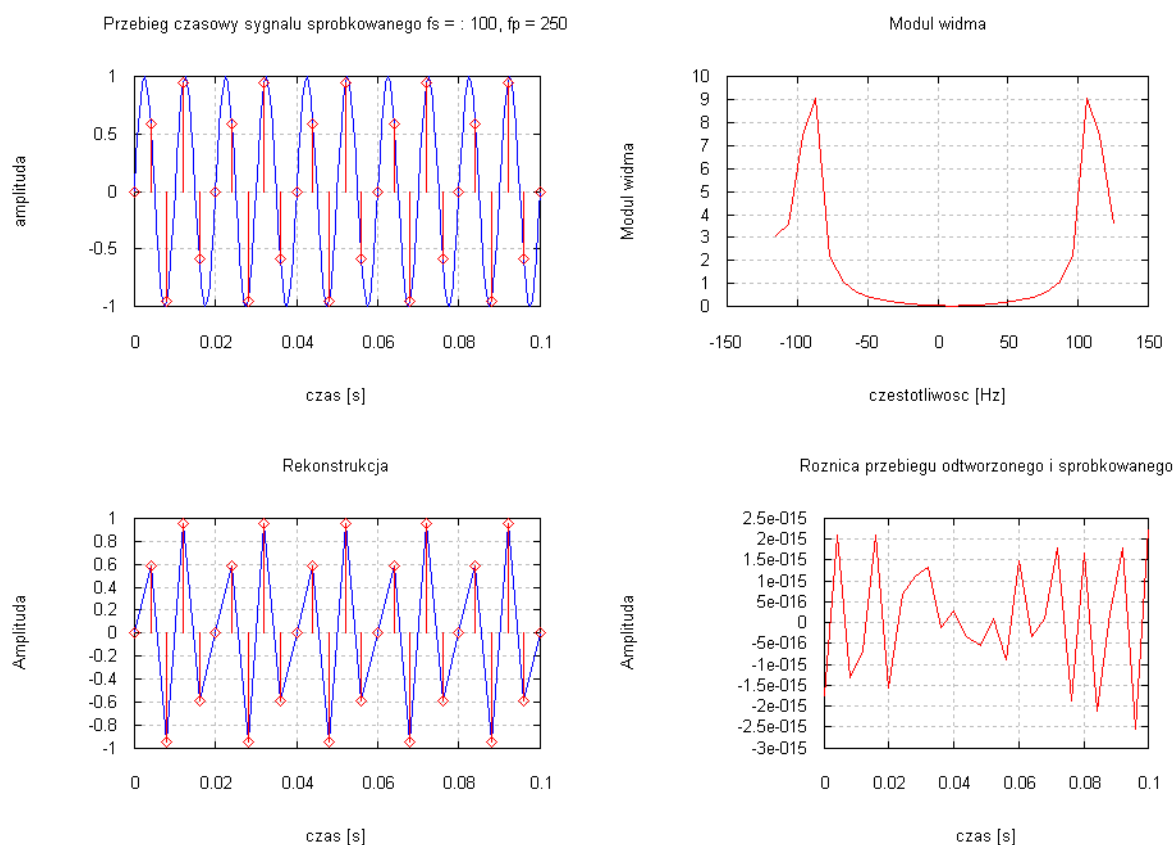


Rys 6.  $f_{s1}=120$  Hz,  $f_{s2}=1320$  Hz  $f_p=1200$  Hz.

## 2.2. Aliasing, nakładanie się widma.

Pierwszy z rysunków w tym doświadczeniu ilustruje próbkowanie z prawidłowo dobraną częstotliwością próbkowania, która wg twierdzenia Shanona-Kotelnikowa powinna być co najmniej 2 razy większa niż częstotliwość sygnału.

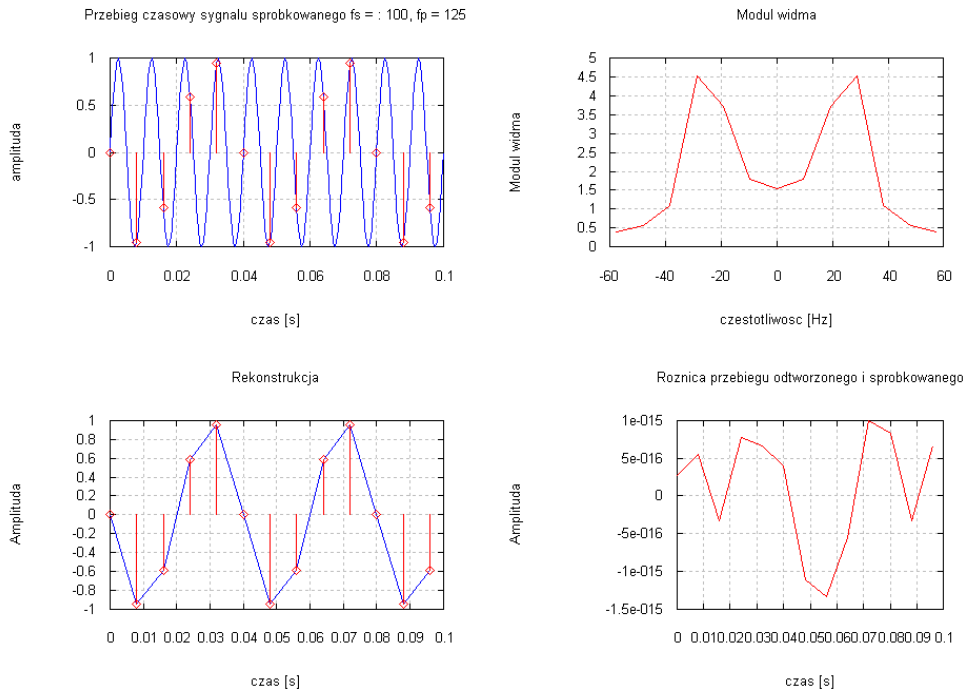
Sygnał sinusoidalny spróbkowano o  $f_s=100$  Hz spróbkowano z  $f_p=250$  Hz.



Rys 6. Sygnał  $f_s=100$  Hz,  $f_p=250$  Hz.

Na wykresie widma ( rys 6 ) widać powielenie widma 100 Hz po lewej stronie osi ( - 100 Hz ) oraz pewnie rozmycie widma, nie zachodzi natomiast zjawisko aliasingu, gdyż widma na siebie nie zachodzą.

Ten sam sygnał spróbkowany z częstotliwością 125 Hz, poniżej.



Rys 7. Sygnał  $f_s=100$  Hz,  $f_p=125$  Hz.

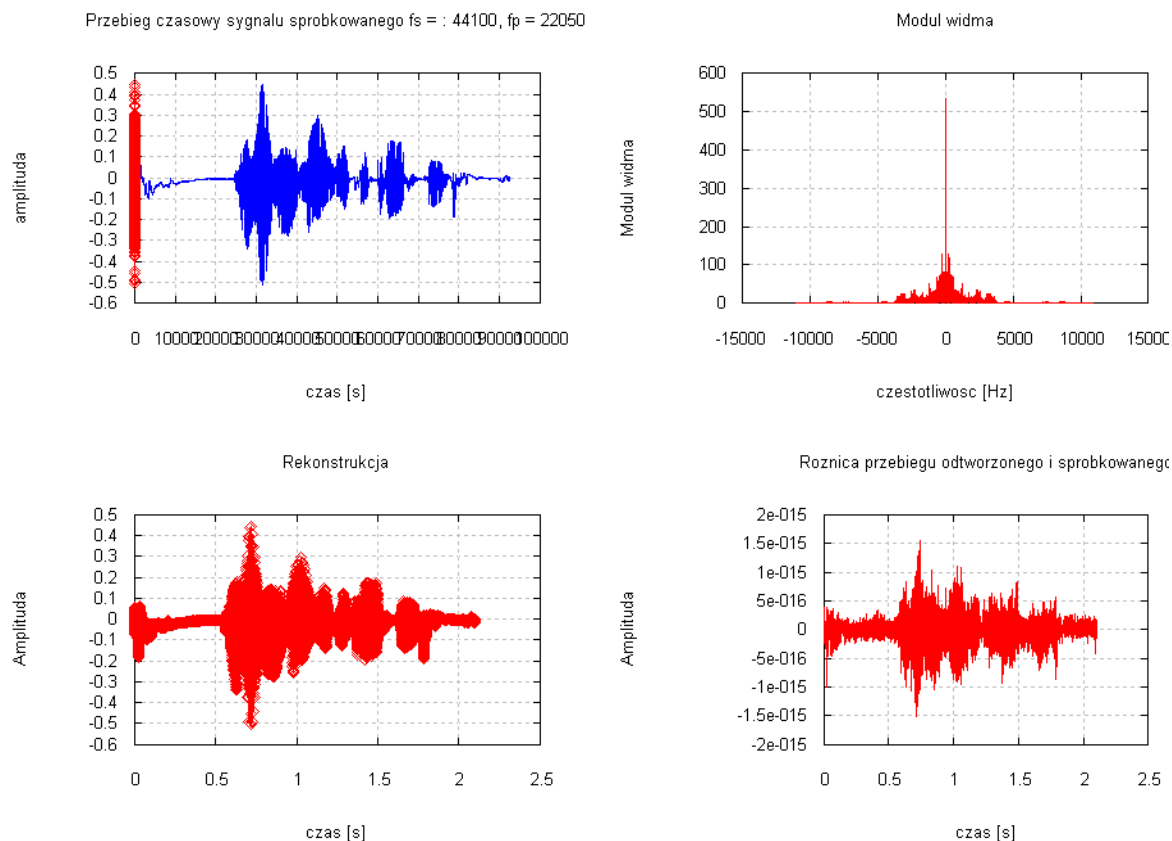
Na rysunku 7 wyraźnie widać aliasing. Szczyt widma jest dla 25 i  $-25$  Hz, co wynika z rachunku  $-100+125$  Hz, oraz  $100-125$  Hz. Obserwowane prążki są powielonymi prążkami powstałymi podczas procesu próbkowania. Wyraźnie zauważono, iż widmo pochodzące od prążka 25 Hz nakłada się na widmo pochodzące od prążka  $-25$  Hz.

Użycie terminu prążek jest spowodowane tym, że widmo sinusoidy jest prążkiem w dziedzinie częstotliwości. Na przedstawionych wykresach prążki są rozmyte, pochodzą jednak od sinusoidy.

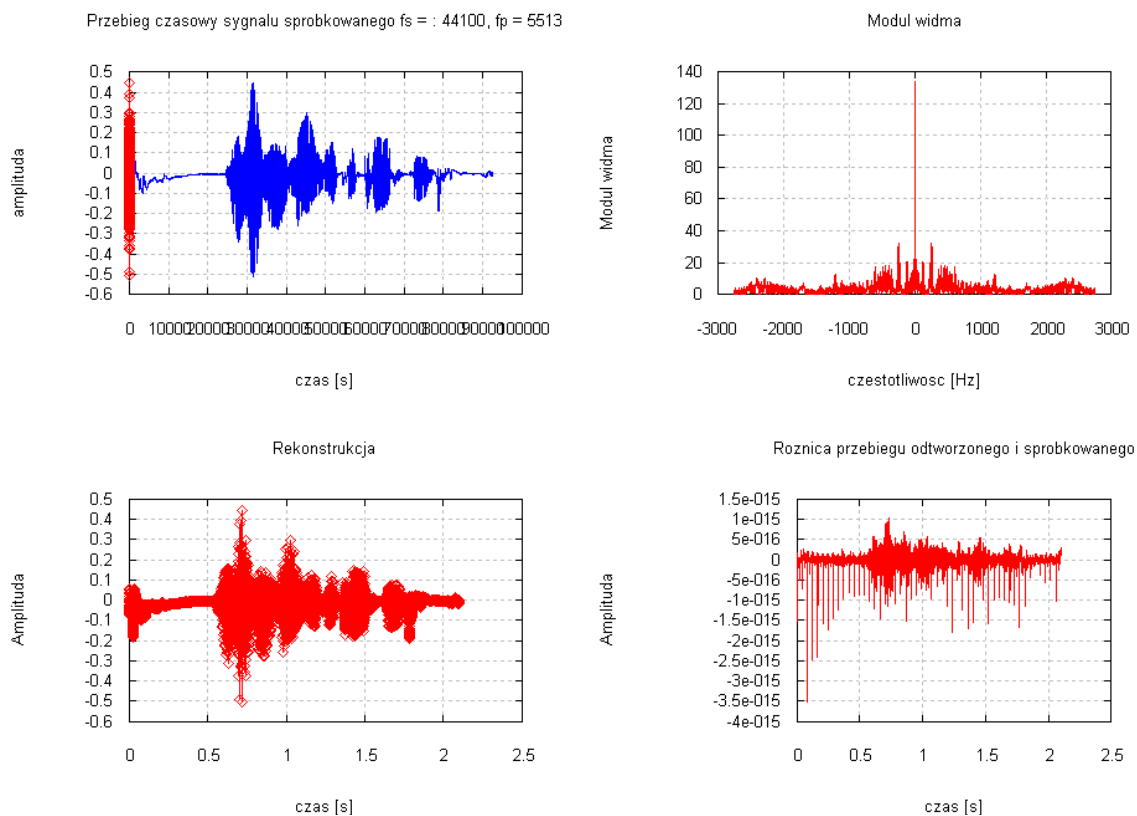
W następnym etapie doświadczenia zbadano wpływ częstotliwości próbkowania na komunikatywność nagrania dźwiękowego. W tym celu stworzono plik test.wav, który jest przetwarzany przez skrypt aliasingwav.m. W wyniku działania skryptu dostajemy 2 pliki: oryginalny.wav oraz probkowany.wav. Pierwszy z nich jest to plik wejściowy test.wav, po oddzieleniu jednego kanału, który to kanał poddano obróbce. Plik probkowany.wav, plikiem wynikowym, po dokonaniu operacji próbkowania.

Operacja polega na usuwaniu co  $k$ -tej próbki, co w skrypcie jest przedstawione jako zmienna dzielnik. Poniżej wyniki graficzne działania skryptu.





Rys 8. Plik .wav sprobkowany z częstotliwością o połowę mniejszą.



Rys 9. Plik .wav sprobkowany z częstotliwością 8 krotnie mniejszą.

Użycie częstotliwości o połowę mniejszą prawie nie wpłynęło na czytelność informacji. Dopiero próbkowanie sygnału z częstotliwością ośmiokrotnie mniejszą niż oryginalnie, sprawiło iż przekaz głosowy stał się metaliczny, jakby mówiony z zatkany nos, jednak nadal pozostał zrozumiały.

### 2.3.Podpróbkowanie.

Podpróbkowanie wykorzystuje zjawisko powielenia sygnału w częstotliwości mniejszej lub większej o krotność częstotliwości próbkowania. Jest wykorzystywane do przenoszenia sygnału do pasma podstawowego, na przykład po odebraniu sygnału zmodulowanego częstotliwościowo.

Aby przenieść sygnał o szerokości pasma  $B=1\text{kHz}$  będący na nośnej  $f=3\text{MHz}$  do pasma podstawowego należy spróbować go z częstotliwością:

$$f_p = f - B/2 = 2995000\text{Hz}$$

Oczywiście ze względów praktycznych i ekonomicznych próbuje się z mniejszą częstotliwością korzystając z faktu iż sygnał zostanie powielony o częstością  $k \cdot f_p$ , gdzie  $k$  jest dowolną liczbą całkowitą. Uważać należy jednak by powielony przez to samo zjawisko prążek pochodzący od częstotliwości  $-f$  sygnału nie pokrywał się z powielonym sygnałem o częstotliwości  $f$ . Dobranie zbyt małej częstotliwości próbkowania spowoduje iż widma sygnałów  $-f$  i  $f$  nałożą się na siebie.

Obliczoną  $f_p$  można podzielić przez możliwie dużą liczbę całkowitą  $k$ , tak by wynik był także liczbą całkowitą. Dodatkowo należy sprawdzić, czy spełniony jest warunek  $f_p \geq 2 \cdot B$

Doboru  $f_p$  można dokonać wykorzystując następującą zależność:

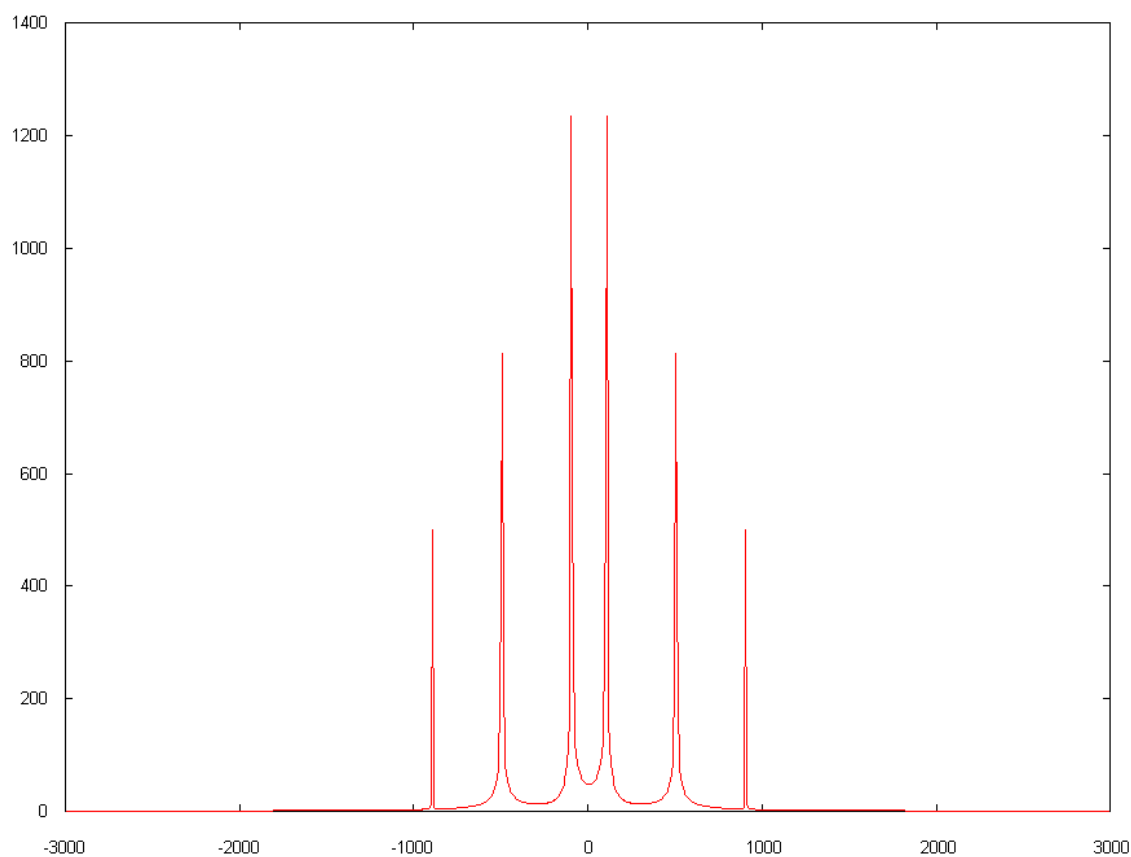
$$\frac{2 \cdot f - B}{m} \geq f_p \geq \frac{2 \cdot f + B}{m + 1}$$

gdzie

$m$  – dowolna liczba naturalna, taka że  $f_p \geq 2 \cdot B$

Im większe  $m$  tym mniejsza częstotliwość próbkowania i łatwiejsza realizacja zadania.

W danym przykładzie  $m=1000$  daje nam przedział  $5999 \geq f_p \geq 5995$ , lub inaczej  $f_p = (f - B/2)/k = 2995000/k$  co dla  $k=500$  daje wynik  $f_p = 5999\text{Hz}$ . Po próbkowaniu otrzymano następujący wykres.



Rys 10. Podpróbkowanie sygnału.

Sygnał podpróbkowano w taki sposób, aby całe pasmo 1kHz zostało przeniesione do pasma podstawowego.

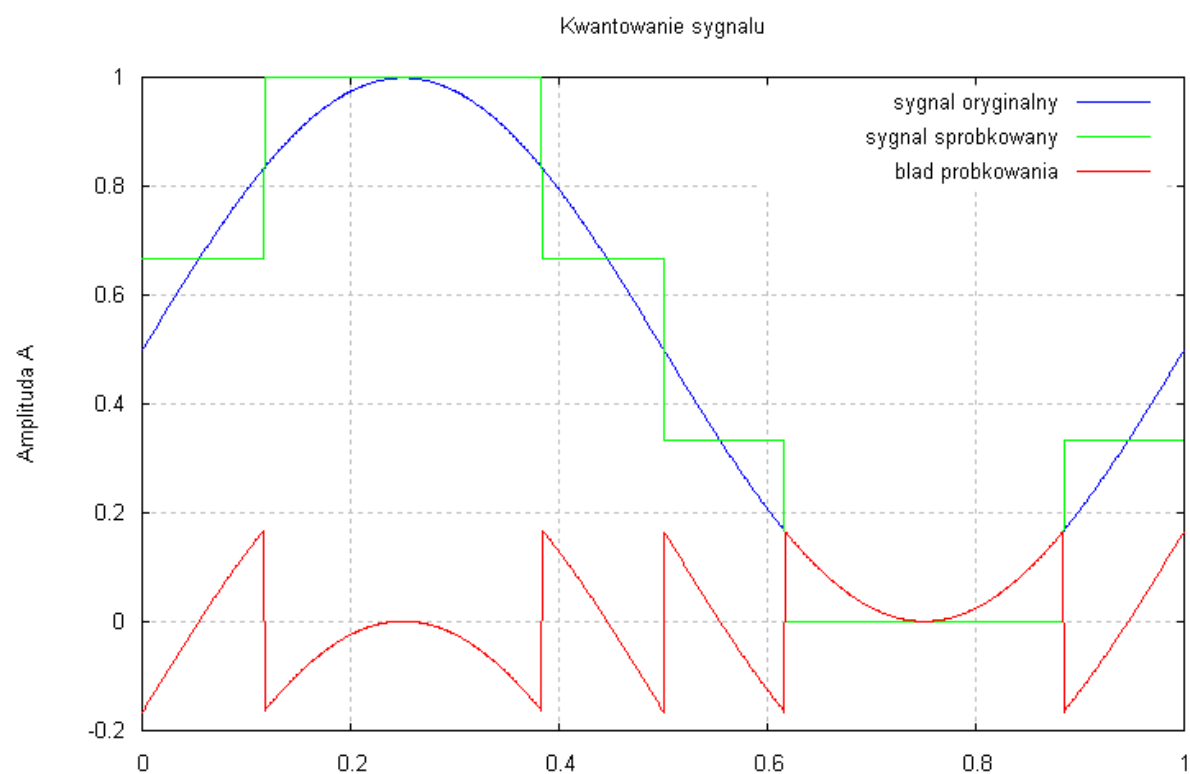
### 3. Kwantowanie.

Kwantowanie polega na przydzielaniu wartości rzeczywistej, innej wartości będącej najczęściej średnią dla danego przedziału kwantowania. Ilość przedziałów kwantowania jest bezpośrednio zależna od ilości bitów przetwornika A/C.

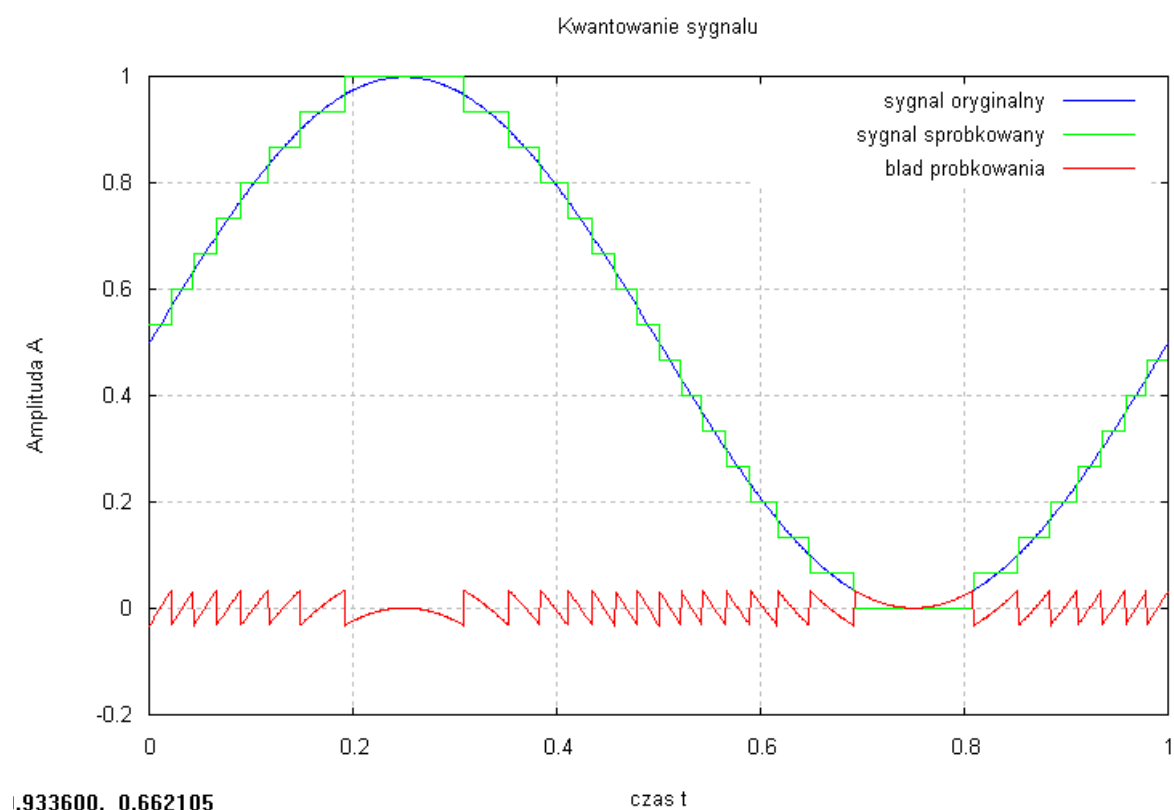
#### 3.1. Kwantowanie równomierne.

W kwantowaniu równomiernym szerokość wszystkich przedziałów jest stała.

W tej części zbadano wpływ liczby bitów przetwornika na powstawanie szumów kwantowania dla sygnału sinusoidalnego.



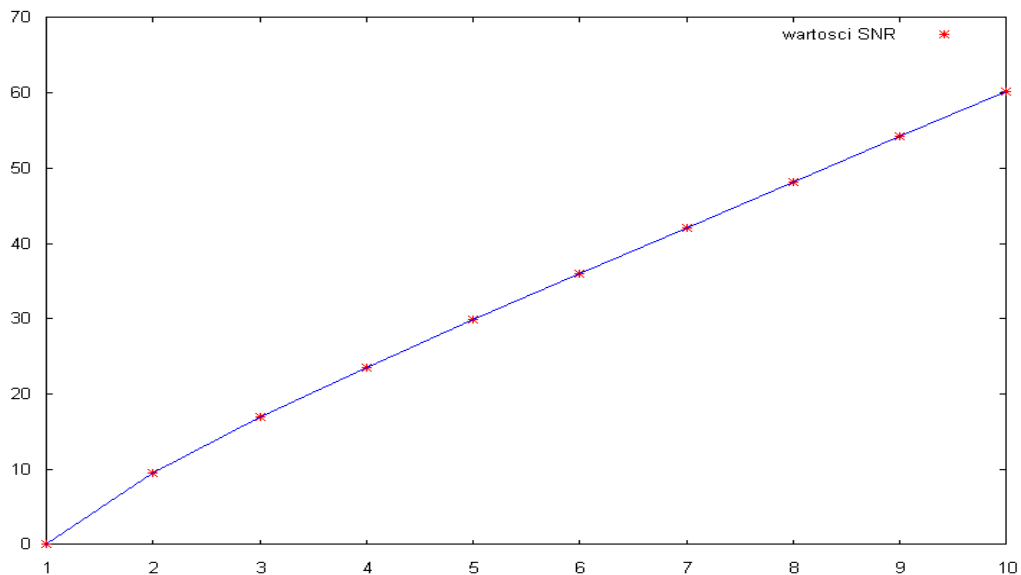
Rys 11. Kwantowanie – przetwornik 2 bitowy.



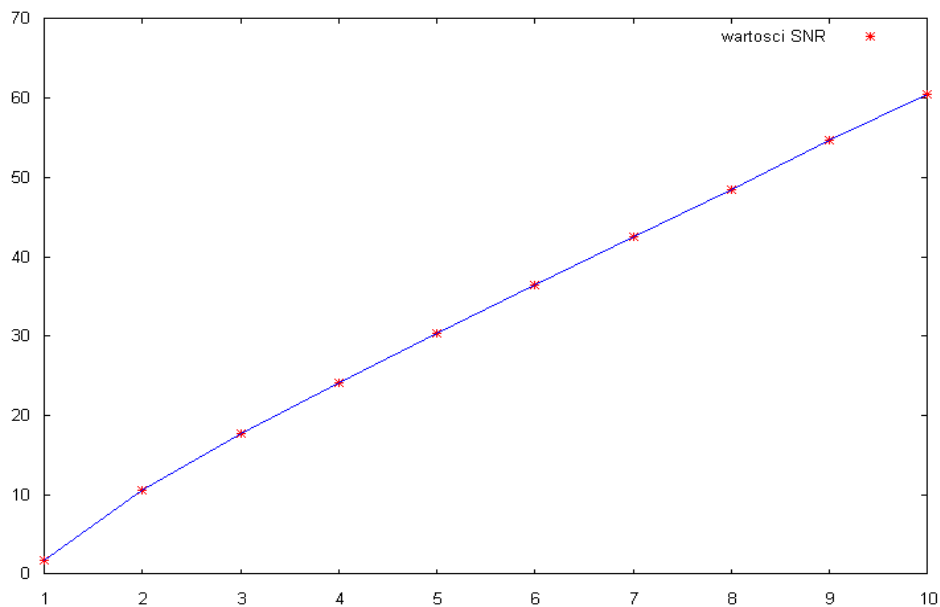
Rys 12. Kwantowanie – przetwornik 4 bitowy.

Na powyższych wykresach zauważono, że błąd kwantyzacji maleje wraz ze wzrostem liczby poziomów kwantyzacji, czyli liczby bitów przetwornika. Kwantyzacja jest zawsze stratna, gdyż wartością ze zbioru liczb rzeczywistych przypisuje wartości dyskretne. Po skwantowaniu nie można określić dokładnej wartości próbki.

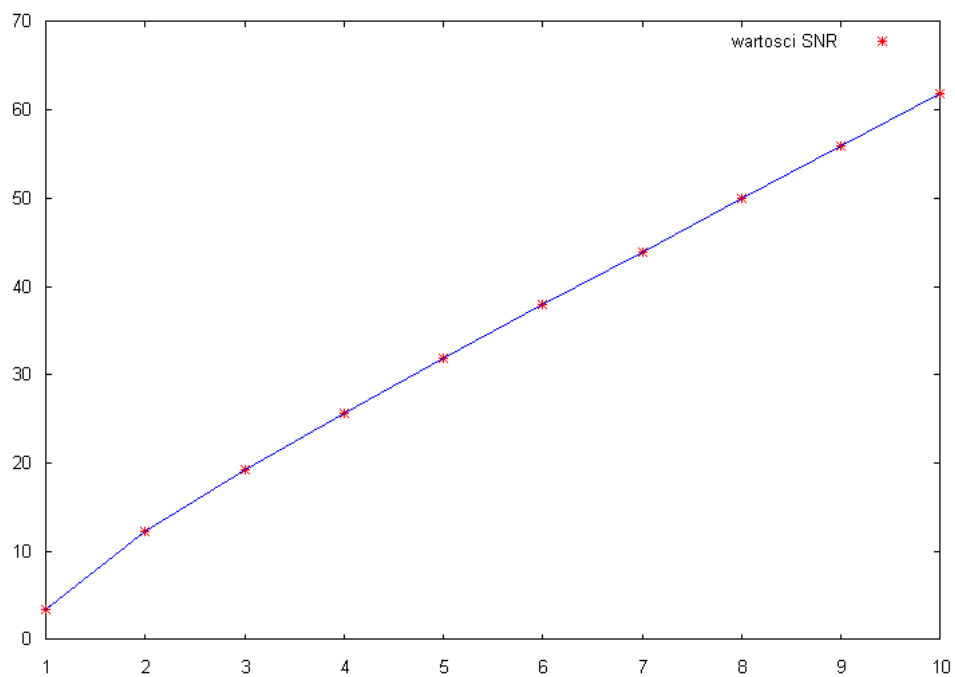
Stratność kwantyzacji zaobserwowano dla różnych rodzajów sygnałów: funkcji liniowej, kwadratowej, szumu o rozkładzie jednostkowym oraz szumu o rozkładzie normalnym. Dla każdego przypadku wyznaczono wartość współczynnika SNR w funkcji liczby bitów kwantyzera.



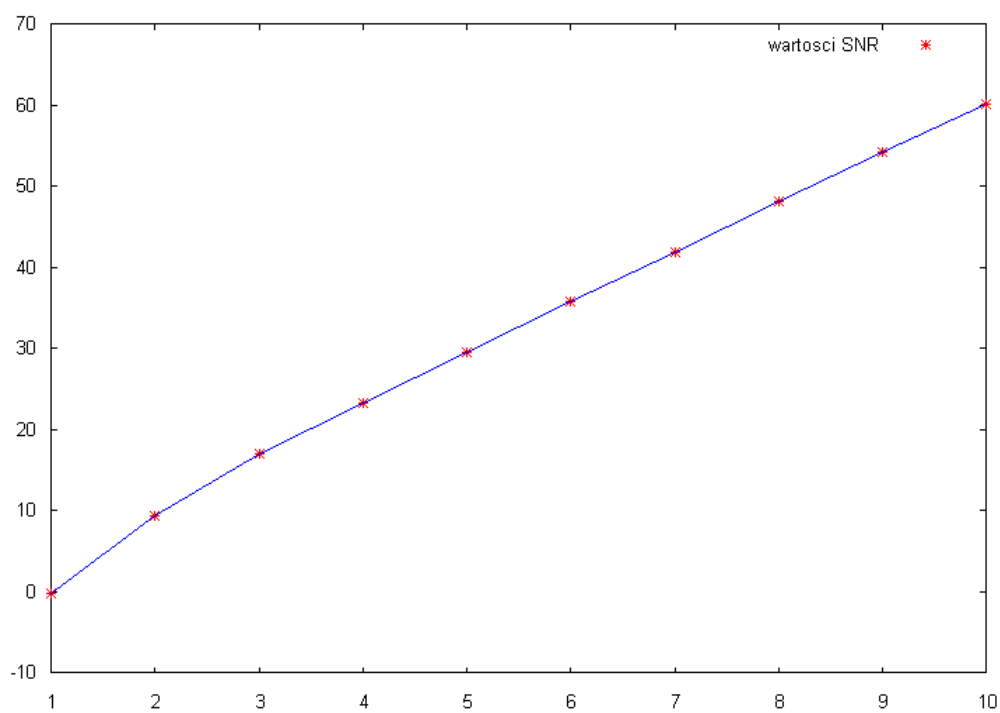
Rys 13. SNR(liczba bitów przetwornika) – funkcja liniowa.



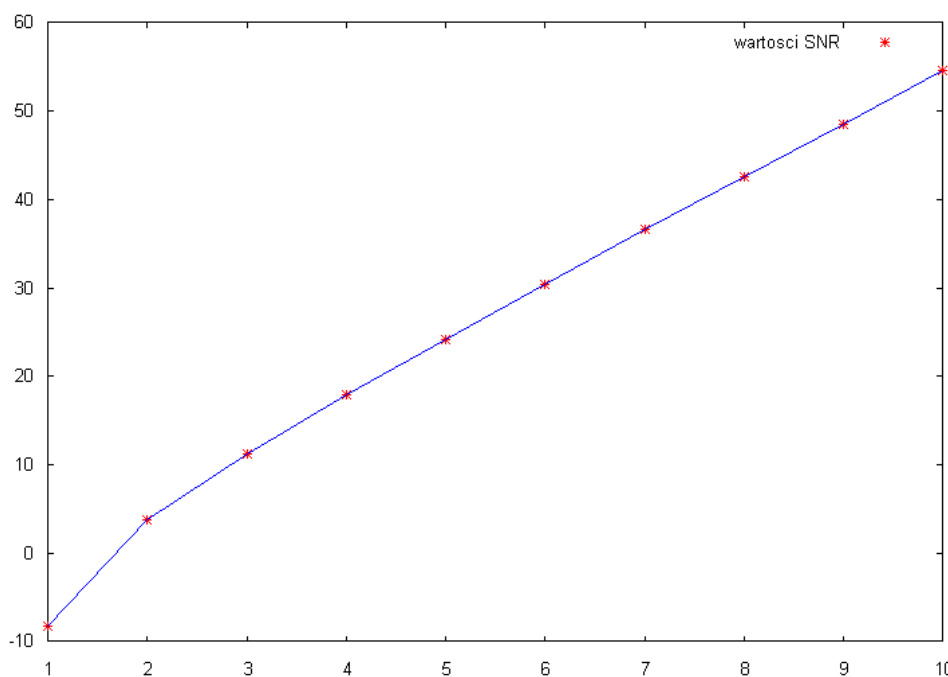
Rys 14. SNR(liczba bitów przetwornika) – funkcja kwadratowa.



Rys 15. SNR(liczba bitów przetwornika) – sinusoida.



Rys 16. SNR(liczba bitów przetwornika) – szum jednostkowy.

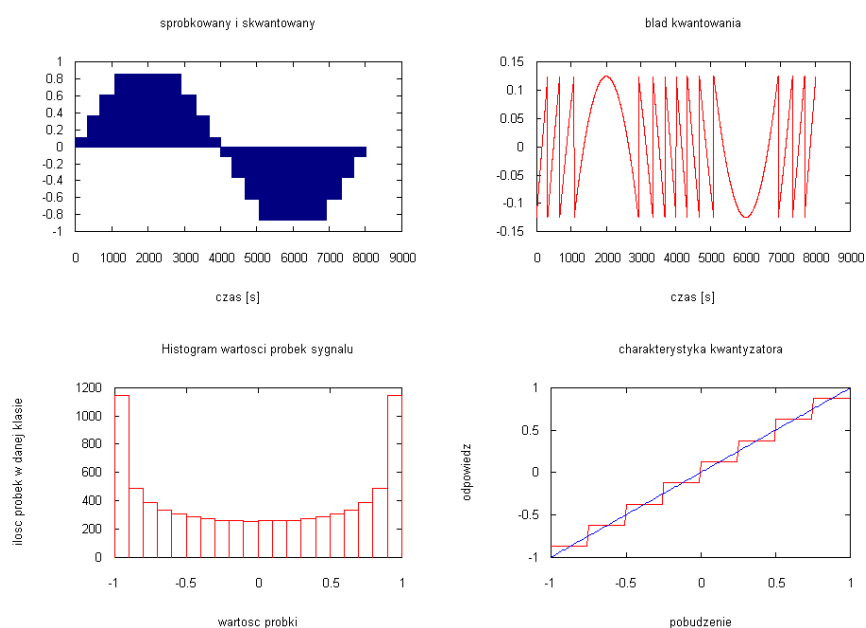


Rys 16. SNR(liczba bitów przetwornika) – szum o rozkładzie normalnym.

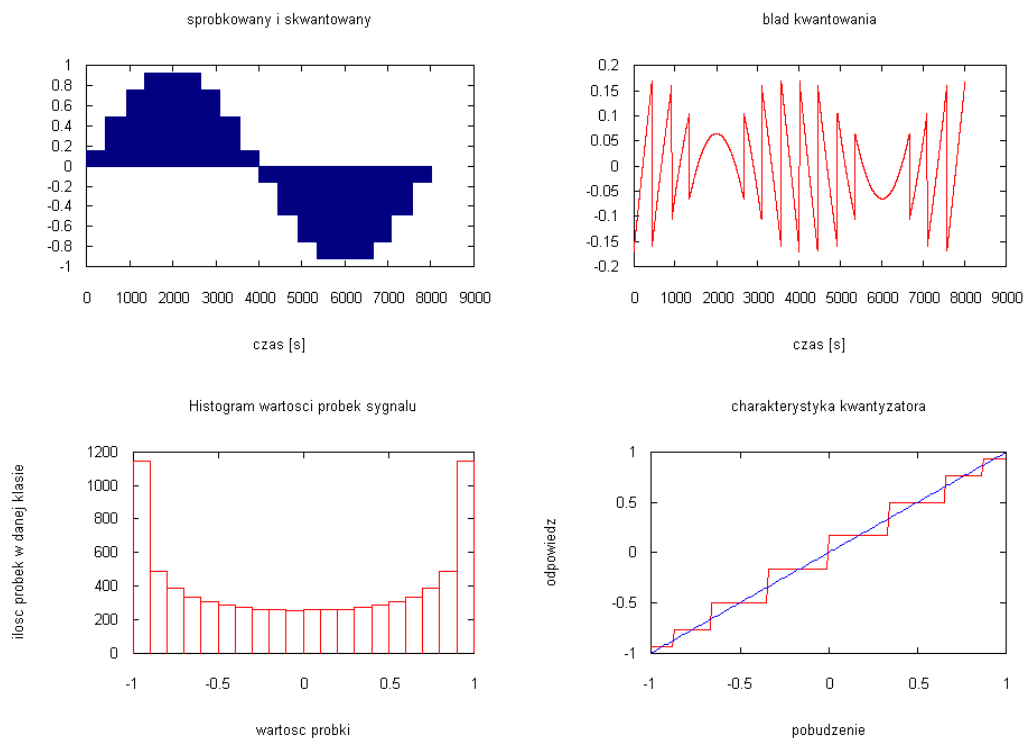
Zaobserwowano, iż wzrost SNR rośnie niemal liniowo ze wzrostem liczby bitów przetwornika A/C, nie ma większego znaczenia rodzaj sygnału wejściowego.

Doświadczenie polegające na kwantyzacji głosu przeprowadzono z wykorzystaniem pliku dźwiękowego test.wav. Dopiero dla kwantyzera trój bitowego mowa stała się zrozumiała. Wraz ze wzrostem liczby bitów mowa jest coraz mniej zaszumiona i bardziej zrozumiała.

### 3.2.Kwantowanie nierównomierne.



Rys 17. Przedziały równomierne SNR=18,73 [dB]



Rys 18. SNR przedziały [-1.0, -0.87, -0.66, -0.34 0 0.34 0.66, 0.87, 1.0]  
SNR=19,28 [dB]

W kwantowaniu nierównomiernym szerokość przedziałów jest zmienna i zależy od charakterystyki kwantyzera. Tą charakterystykę dobiera się tak, aby uzyskać maksymalną dynamikę tam gdzie jest najwięcej próbek, kosztem dynamiki zakresu w którym przewidujemy, że będzie niewiele próbek.

Po doświadczalnym dobraniu przedziałów kwantyzacji uzyskany SNR dla kwantyzacji funkcji sinus jest lepszy niż dla równomiernej kwantyzacji. Wyniki doświadczenia przedstawiono na rysunkach 17 (kwant. równomierna) i 18 (kwant. nierównomierna).

#### 4. Wnioski.

1. Kwantowanie jest zawsze stratne i wprowadza szum kwantowania. Poziom tego szumu zależy bezpośrednio od ilości bitów przetwornika.
2. Można zmniejszyć szum kwantowania dostosowując charakterystykę kwantyzera to określonego typu sygnału. - kwantowanie nierównomierne.
3. Ten sam sygnał o różnej częstotliwości może mieć takie same próbki, gdy jest spróbkowany z daną częstotliwością próbkowania, co jest określane jako niejednoznaczność próbkowania.
4. Zjawisko aliasingu występuje gdy stosujemy zbyt niską częstotliwość próbkowania. Uniemożliwia odtworzenie sygnału. Możemy go uniknąć prawidłowo dobierając częstotliwość próbkowania.