

SPRAWOZDANIE Z LABORATORIUM PODSTAWY I ALGORYTMY PRZETWARZANIA SYGNAŁÓW

Wykonał:
Kacper Nowak 132752

Termin:
Czwartek, godzina 9.15

Ćwiczenie nr 4 Dystrybuanta i gęstość prawdopodobieństwa sygnałów losowych.

1. Gęstość prawdopodobieństwa i dystrybuanta.

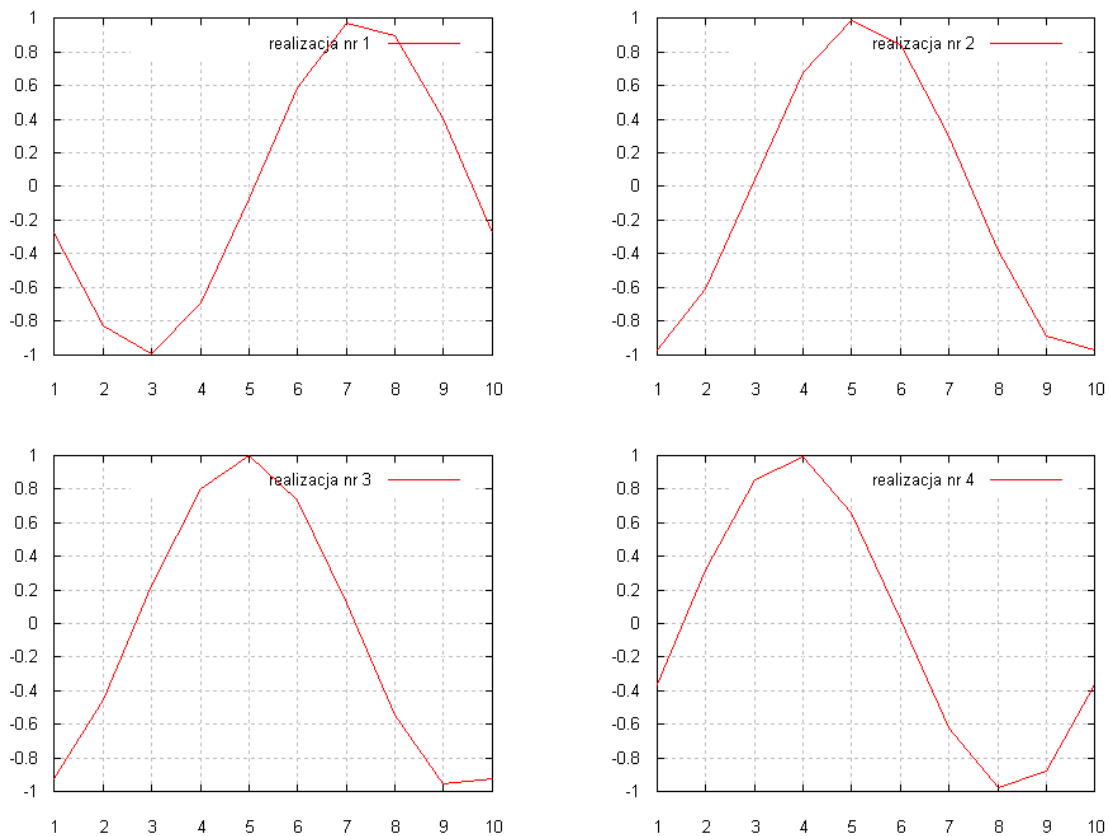
Korzystając ze skryptu histogramy1 oraz wykonując jego modyfikacje wyznaczono dystrybuanty i gęstości prawdopodobieństwa trzech sygnałów, na dwa sposoby.

Pierwszy sposób polegał na wyznaczaniu statystyk na podstawie dwóch chwil czasowych oraz czterech realizacji.

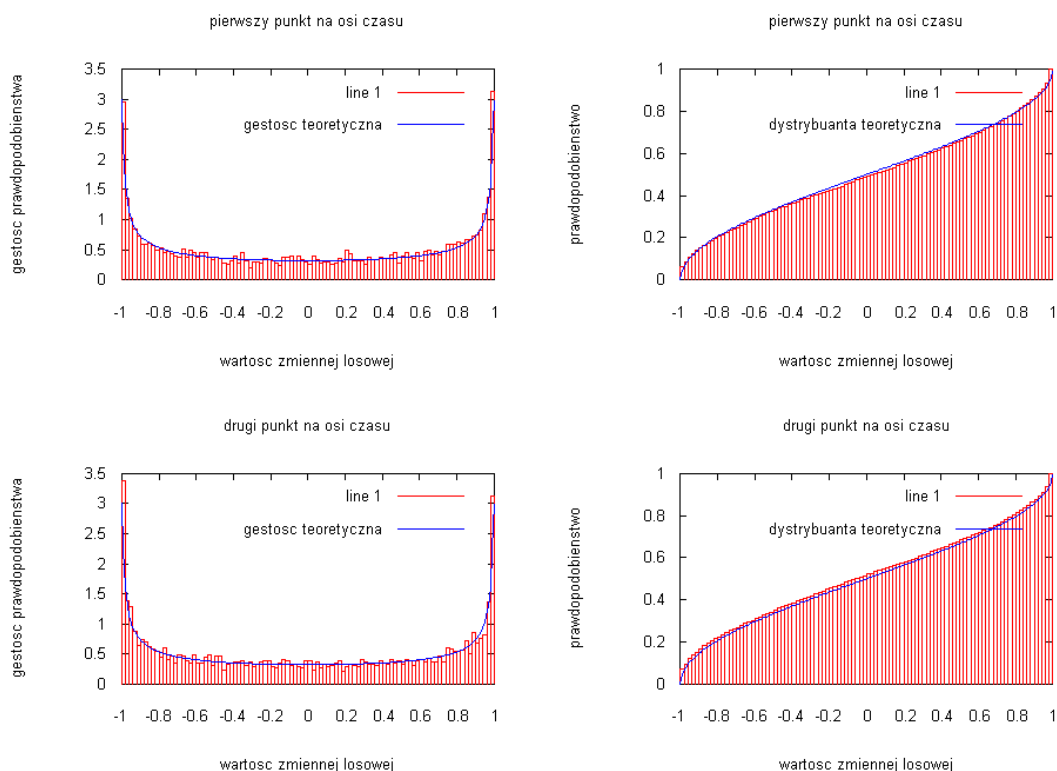
W drugiej metodzie natomiast wykorzystano jedną realizację w czasie.

Analizie poddano trzy sygnały:

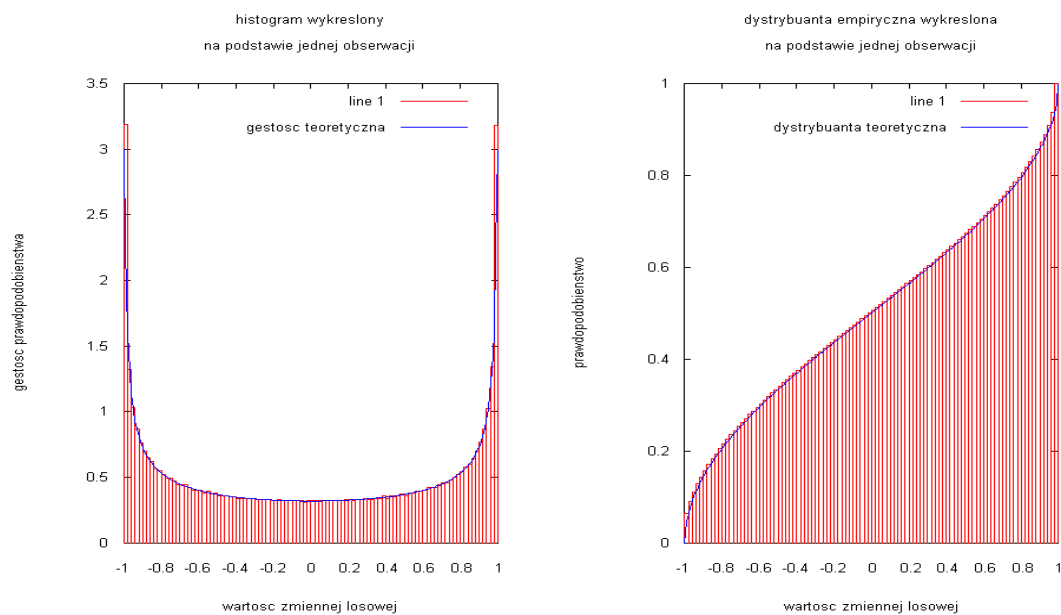
- sinusoidalny
- szum gausowski
- szum gausowski jednostajny



Rys. 1 – Cztery realizacje sygnału sinusoidalnego.



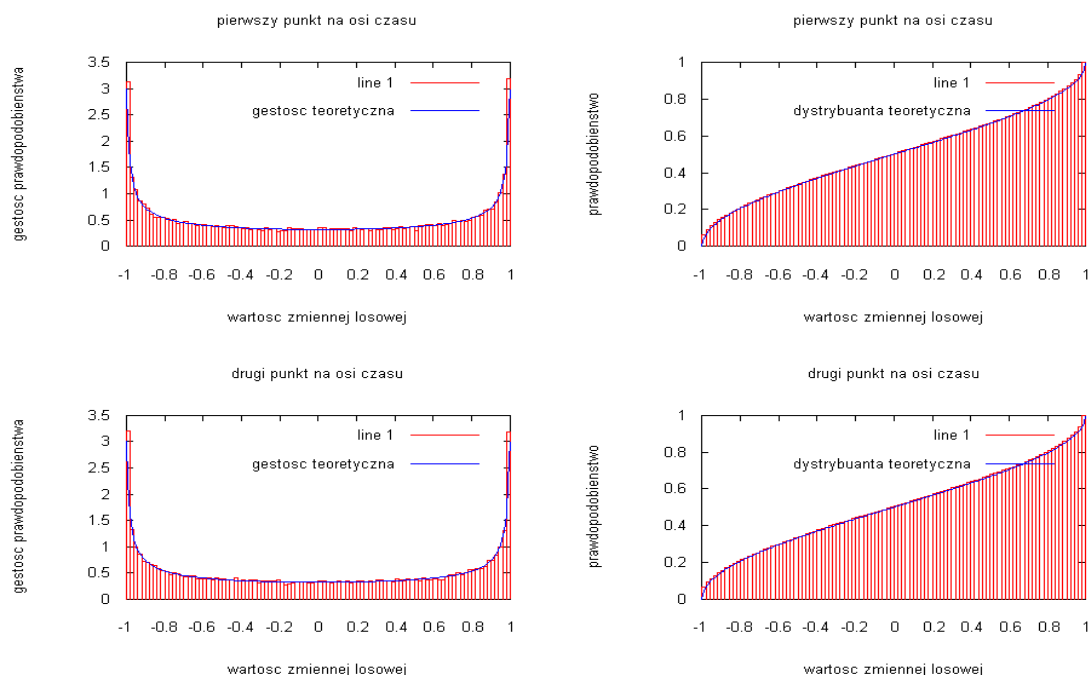
Rys. 2 – Statystyki dla sinusoidy na podstawie czterech realizacji w dwóch chwilach czasowych.



Rys. 3 – Statystyki dla sinusoidy na podstawie jednej realizacji.

Wyniki otrzymane na podstawie wielu realizacji (rysunek 2), wizualnie wyglądają mniej dokładnie niż na podstawie jednej realizacji (rysunek 3), ponieważ dla jednej realizacji rozpatrujemy tylko jeden przebieg sinusoidalny, zatem rozrzut wartości jest bardziej równomierny.

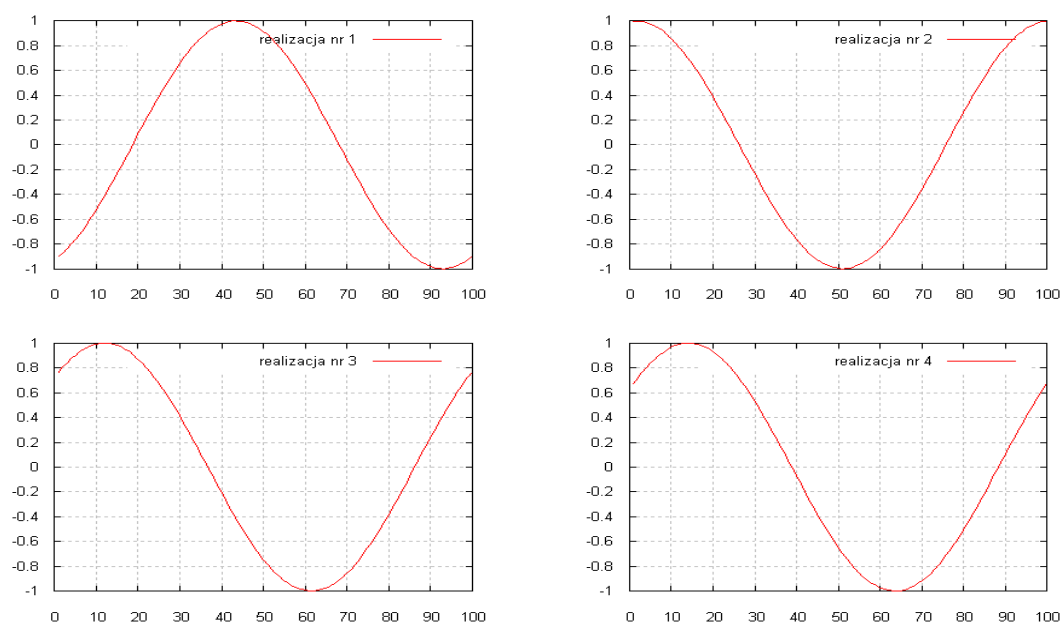
Następnie zwiększono liczbę obserwacji N i rząd.



Rys. 4 – Histogram sinusoidy na podstawie czterech realizacji dla $N=50000$.

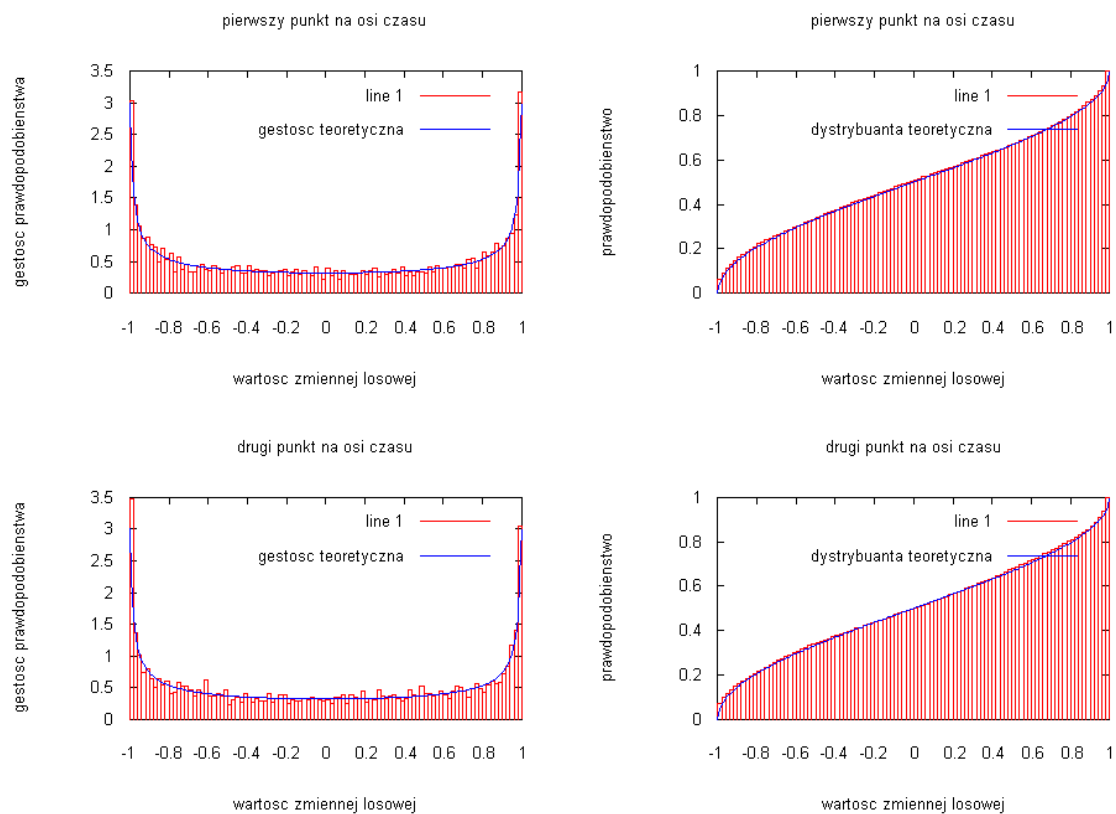
Histogram powstały na podstawie wielu realizacji dla odpowiednio dużego N ma bardziej równomierny rozkład, można zatem wnioskować, iż jest możliwe osiągnąć wynik równie dokładny jak dla jednej realizacji. Na rysunku nr 4 dla $N=50000$ oraz nr 2 dla $N=5000$ zaprezentowano tą zależność graficznie.

W kolejnym doświadczeniu zwiększono długość obserwowanego sygnału,



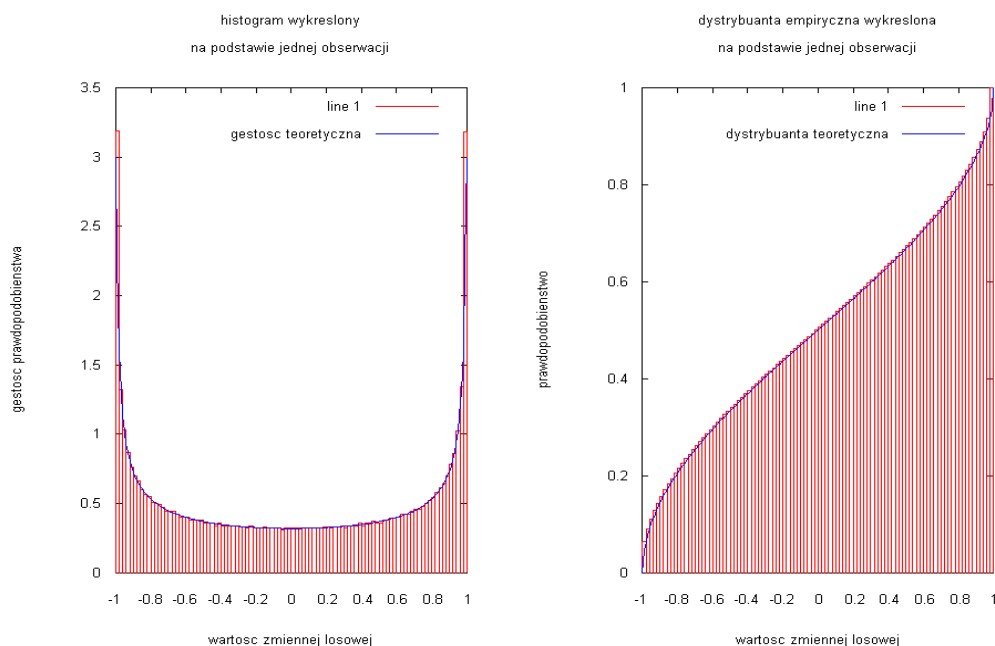
Rys. 5 – Sygnał sinusoidalny o wydłużonym wektorze czasu t .

oraz wykonano wykresy histogramów dla sygnałów z rysunku nr 5.



Rys. 6 – Sinusoida o długości 0-100, histogram dla czterech realizacji.

Zauważono, że długość sygnału nie ma wpływu na wyniki histogramów, gdyż i tak wybrano tylko dwie chwile czasowe (dwie kolumny) i na ich podstawie wykreślono histogramy.



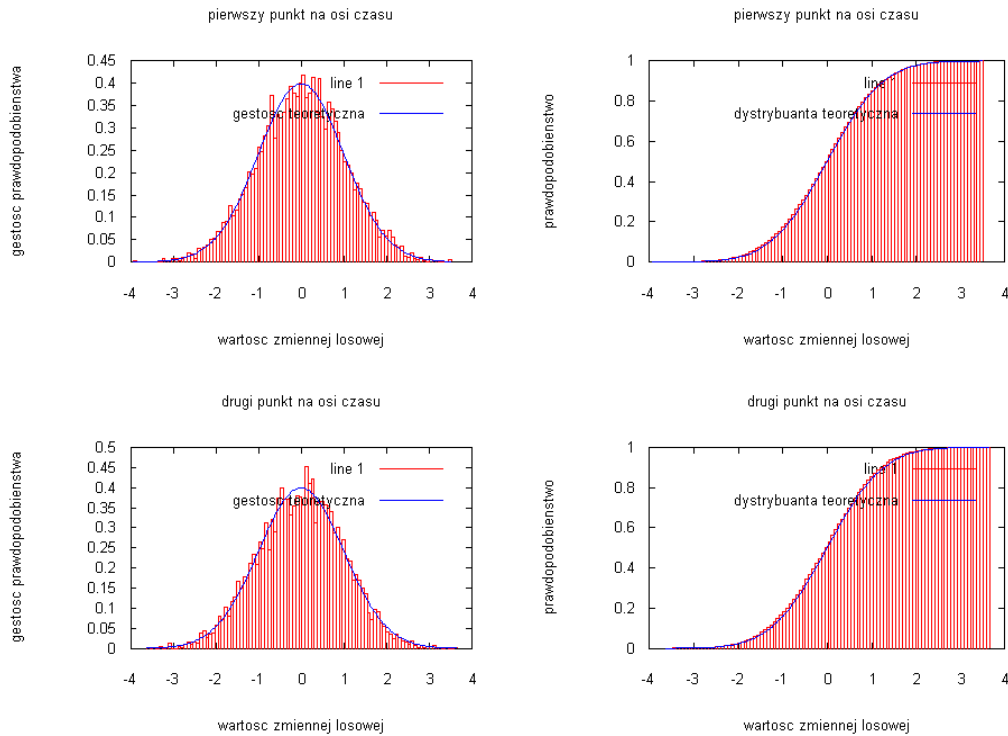
Rys. 7 – Sinusoida o długości 0-100, histogram dla jednej realizacji.

Również w przypadku histogramu dla jednej realizacji długość sygnału także

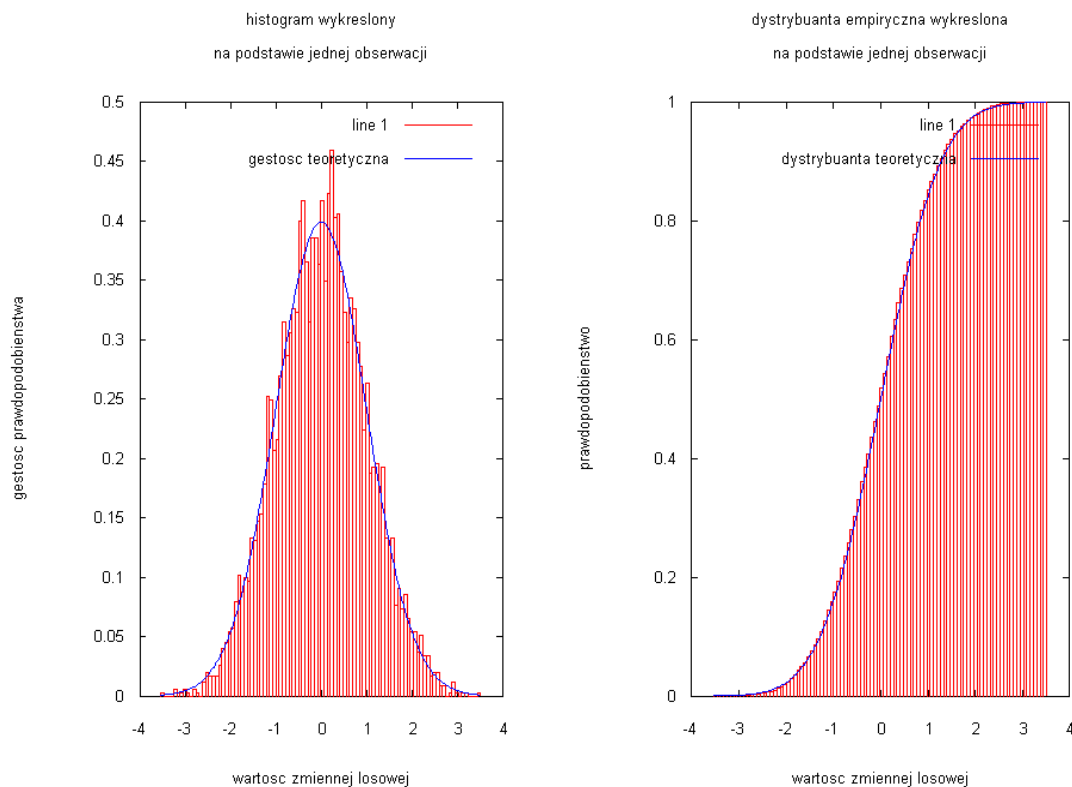
nie ma znaczenia.

Na podstawie histogramów dla sygnału sinusoidalnego stwierdzono, iż jego cechą jest duże prawdopodobieństwo występowania skrajnych wartości, oraz znacznie mniejsze lecz równomierne p.p. występowania wartości z przedziału od -0,8 do 0,8.

Kolejnym badanym sygnałem był szum gausowski o rozkładzie normalnym.



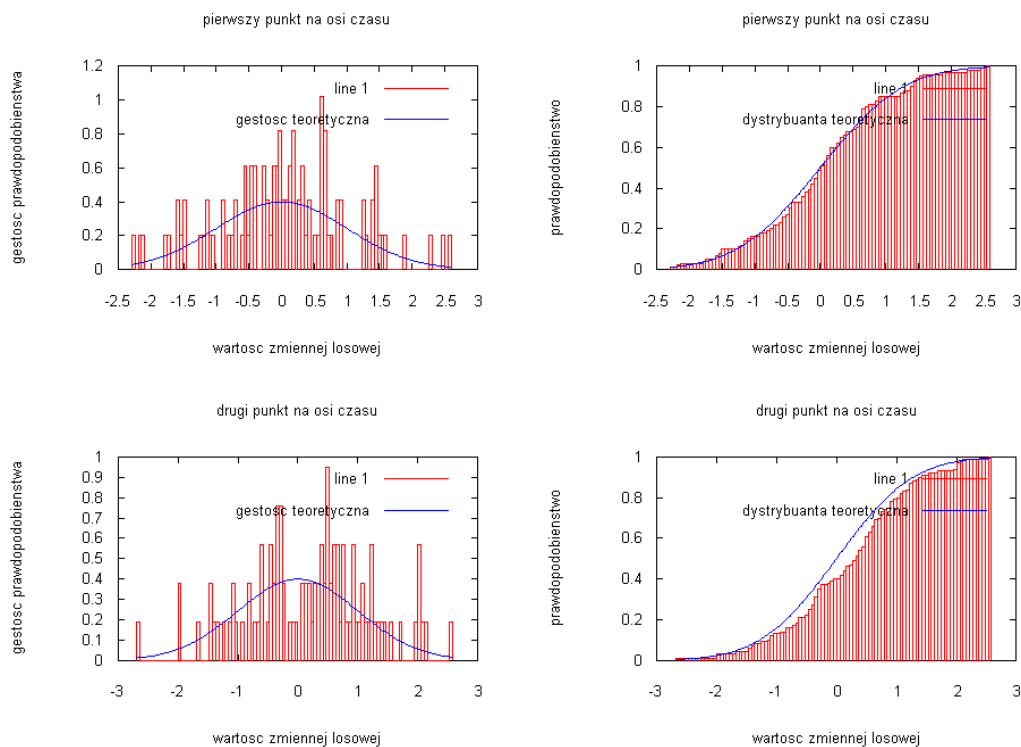
Rys. 8 – Szum gausowski, histogramy na podstawie czterech realizacji.



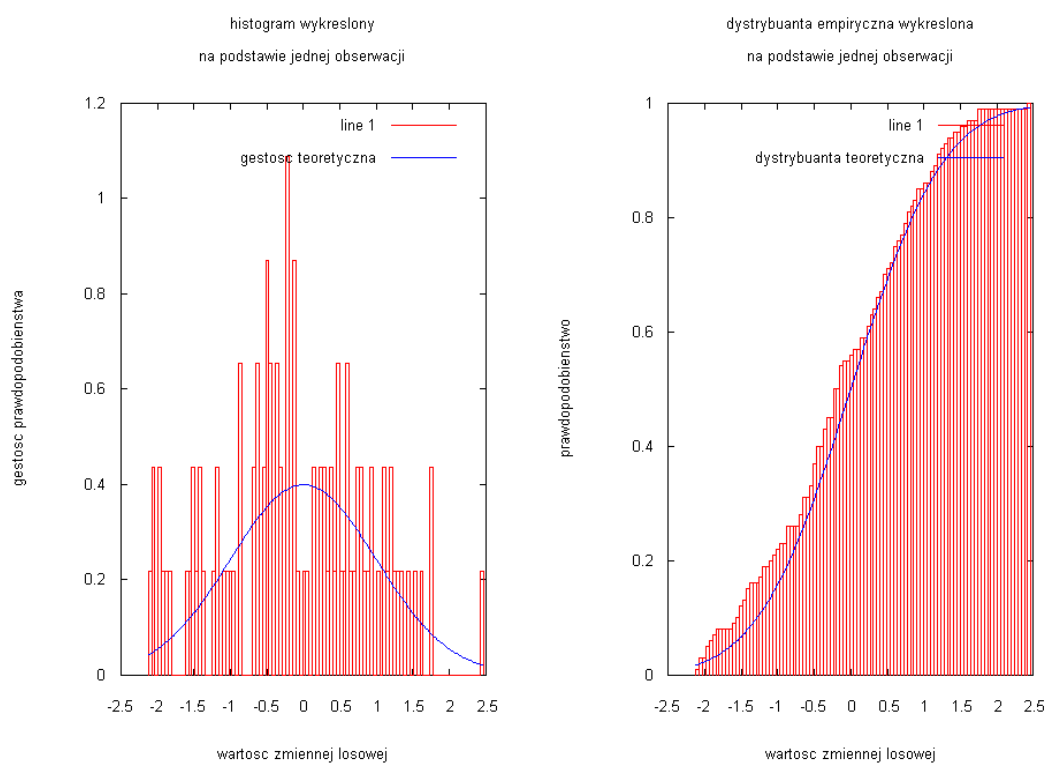
Rys. 9 – Szum gausowski, histogramy na podstawie jednej realizacji w czasie.

Zastosowanie większej liczby obserwacji zwiększa dokładność histogramu.

Aby to zbadać zmniejszono N z domyślnej wartości 5000 do 100, gdyż zwiększenie tej wartości powodowało przepełnienie pamięci. Należy przy tym zauważyć, że za każdym razem otrzymany histogram jest inny, gdyż proces jest losowy.



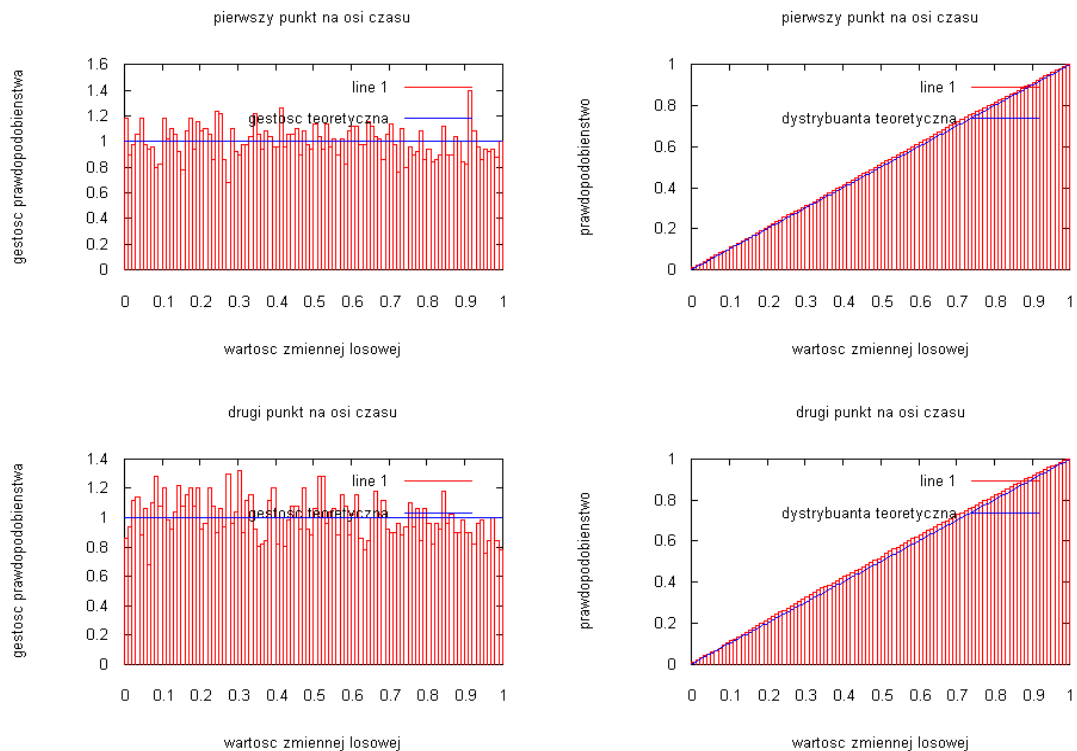
Rys. 10 – Szum gausowski, histogramy na podstawie czterech realizacji dla $N=100$.



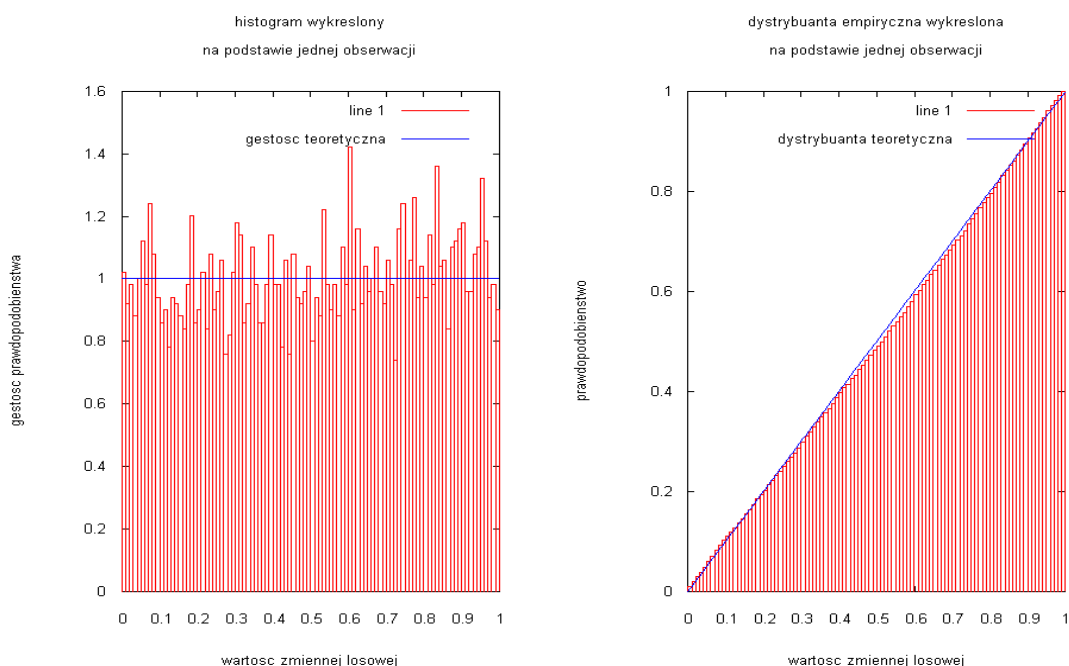
Rys. 11 – Szum gausowski, histogramy na podstawie jednej realizacji dla $N=100$.

Rysunek nr 8 porównany z 10-tym oraz 9-ty z 11-tym wykorzystano do potwierdzenia doświadczalnego wcześniejszego założenia o wpływie liczby obserwacji N na histogramy sygnału. Wcześniejsze przypuszczenie okazało się słuszne.

Ostatnim sygnałem poddanym analizie był szum biały.



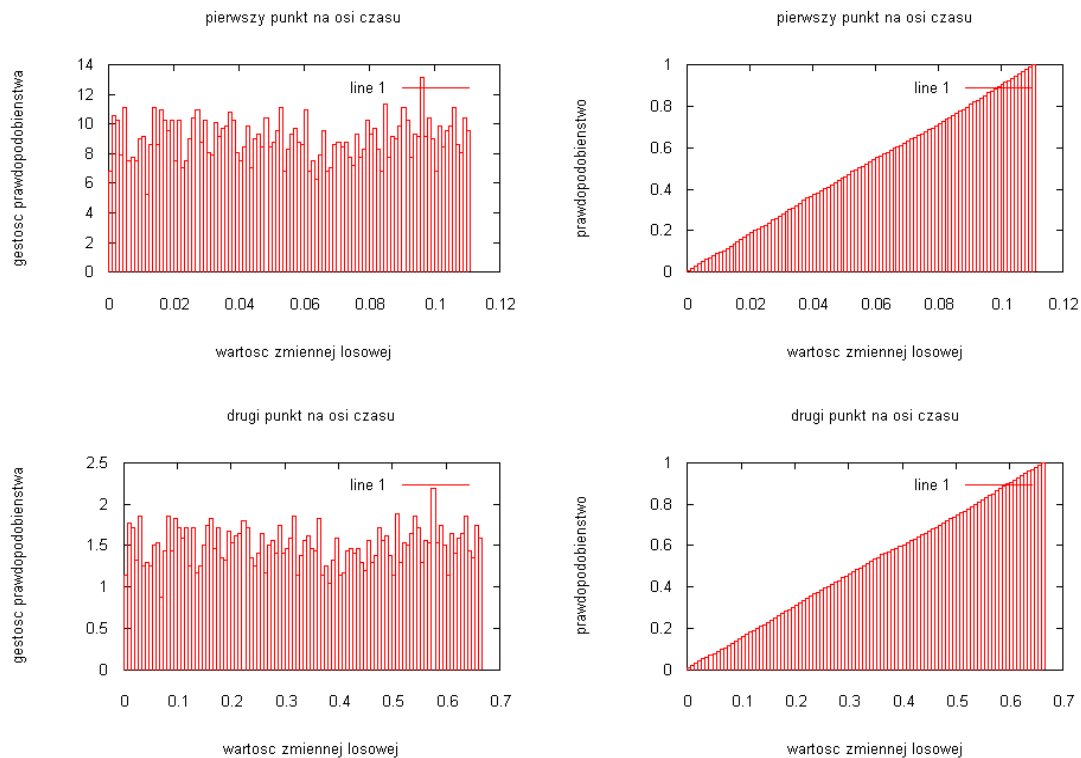
Rys. 12 – Szum biały, histogramy na podstawie czterech realizacji.



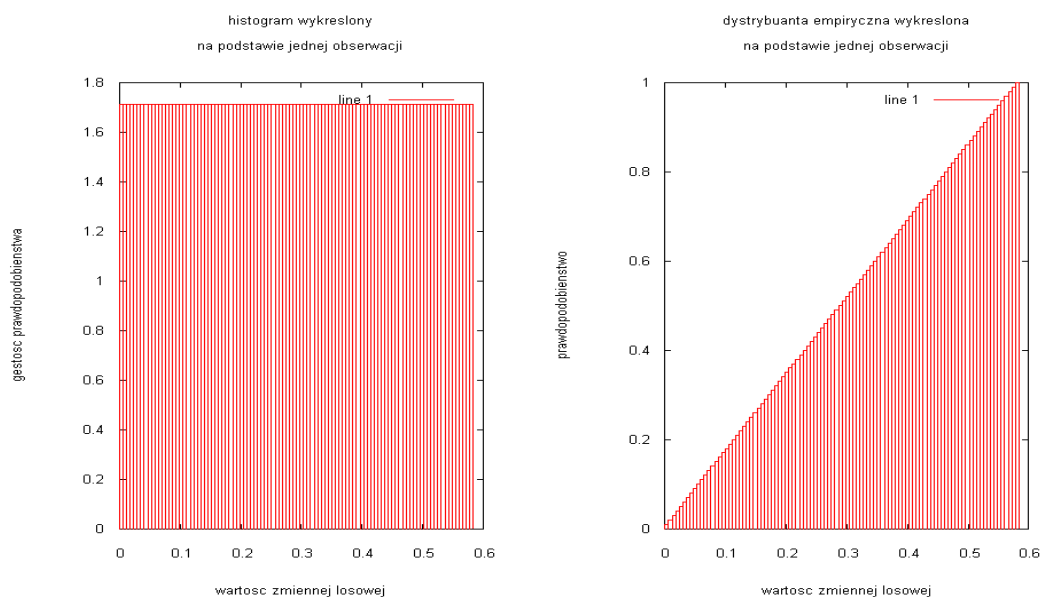
Rys. 13 – Szum biały, histogramy na podstawie jednej realizacji.

Wnioski dla szumu białego są analogiczne do szumu gausowskiego. Oczywistym jest, iż dla większej liczby obserwacji gęstość prawdopodobieństwa będzie dążyć do teoretycznej, lecz nigdy jej nie osiągnie gdyż generator liczb losowych nie jest doskonały. Wartości generowane są zawsze na podstawie jakiegoś algorytmu i nie odwzorowują wiernie zdarzeń losowych znanych z przyrody.

Skrypt *histogramy2.m*.



Rys. 14 – Funkcja $\alpha \cdot t$ - histogram z czterech realizacji.



Rys. 15 – Funkcja $\alpha \cdot t$ - histogram z jednej realizacji.

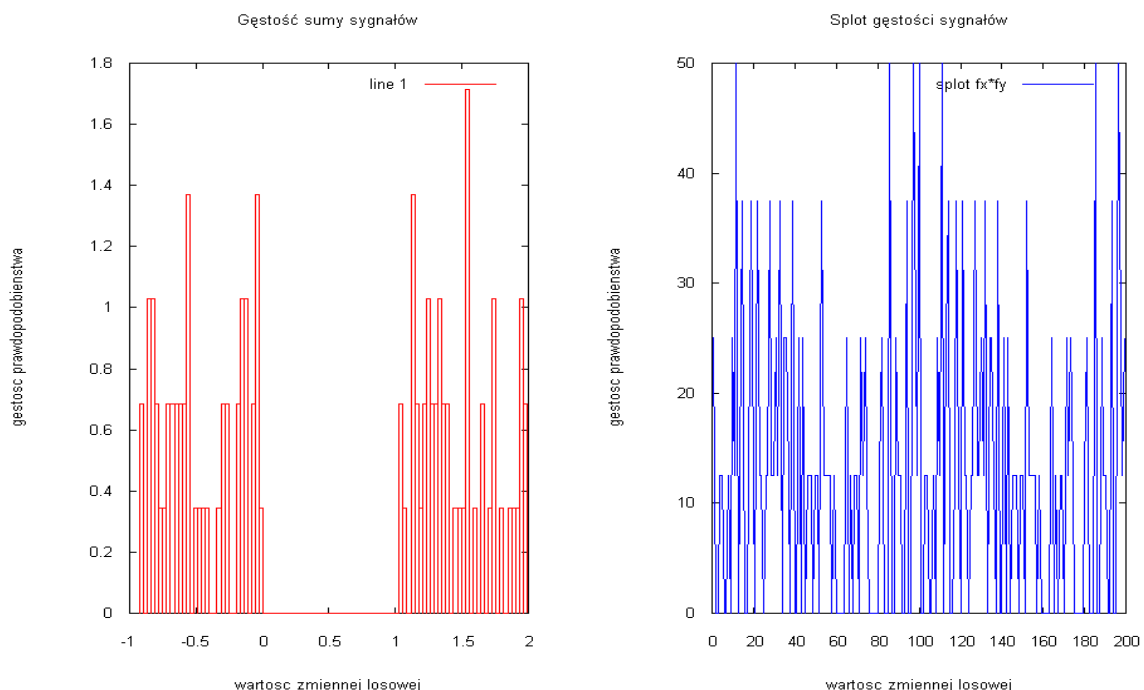
Na podstawie jednej realizacji wykres gęstości prawdopodobieństwa jest równą linią, gdyż każda wartość zmiennej losowej występuje tylko jeden raz (obserwowana funkcja jest prostą). Jeśli gęstość prawdopodobieństwa jest stała to prawdopodobieństwo musi narastać liniowo.

Jeżeli zwiększymy liczbę obserwacji (zwiększymy liczbę przedziałów histogramu), to wykres gęstości prawdopodobieństwa dla wielu realizacji będzie znacznie dokładniejszy, i dla odpowiednio dużej ilości przedziałów obserwacji, będzie on w stanie zbliżyć się optycznie do wykresu, który uzyskaliśmy na podstawie jednej obserwacji.

Sygnal ten różni się od poprzedniego, ponieważ nie jest okresowy (tak jak np. sinus) i każda wartości występuje tylko jeden raz.

2. Rozkład prawdopodobieństwa sumy sygnałów.

Zbadano twierdzenie, mówiące że przy spełnionych założeniach splot gęstości prawdopodobieństwa dwóch sygnałów równa się gęstości prawdopodobieństwa sumy tych sygnałów. Do tego celu wykorzystano skrypt *punkt3.m* .

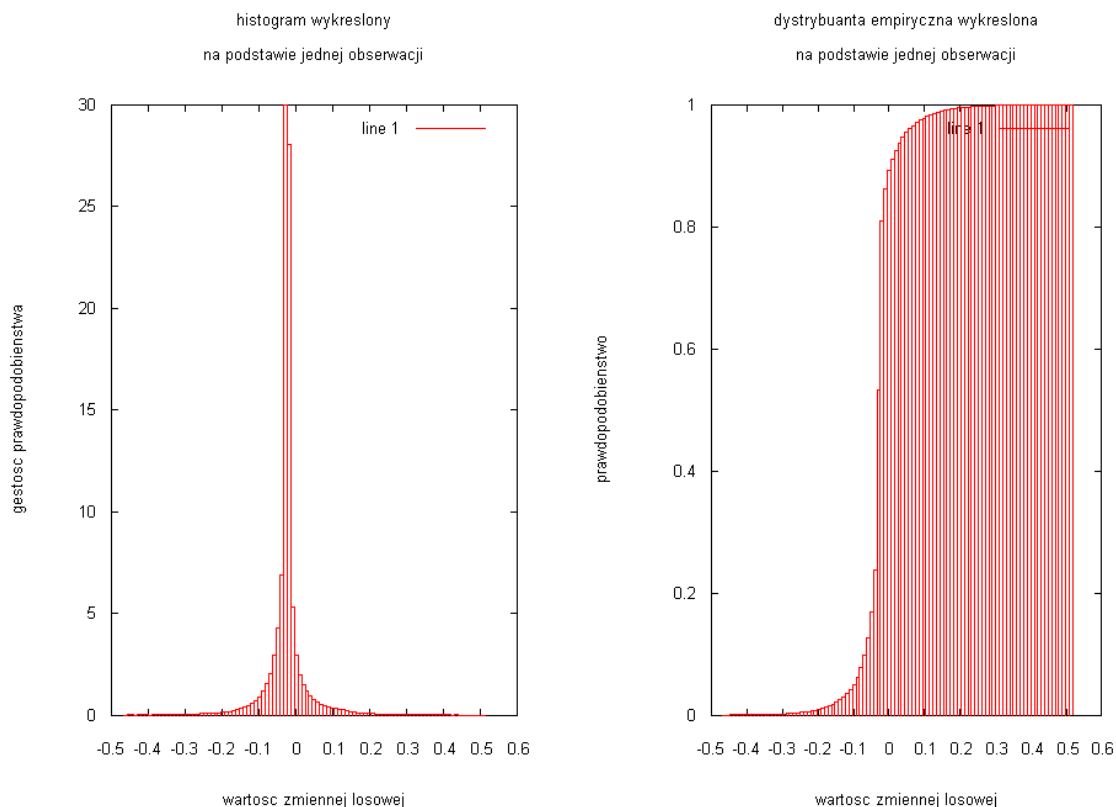


Rys. 15 – Gęstość prawdopodobieństwa obliczona na dwa sposoby.

Niestety na podstawie obserwacji wykresów nie znaleziono podobieństw między nimi (rysunek 15), co zaprzecza prawdziwość sprawdzanego twierdzenia.

3. Dystrybuanta i rozkład prawdopodobieństwa sygnału mowy.

Do wykonania zadania utworzono skrypt *histogramy_wav.m*. Skrypt wczytuje dane z pliku *glos.wav* po czym tworzy wykresy, przedstawione na rysunku nr 16.



Rys. 16 – Gęstość prawdopodobieństwa i dystrybuanta sygnału z pliku *glos.wav*.

Sygnał mowy nie jest dobrym przykładem sygnału stacjonarnego.

4. Wnioski.

- Im większa liczba obserwacji tym rozkład gęstości prawdopodobieństwa jest bliższy teoretycznemu.
- Długość sygnału nie ma wpływu, gdyż i tak wybrano dwie chwile w czasie
- Gęstość prawdopodobieństwa sygnału monotonicznego jest poziomą linią prostą
- Jeśli gęstość prawdopodobieństwa jest poziomą prostą to dystrybuanta jest prostą o stałym nachyleniu
- Prawa z punktu drugiego nie udało się potwierdzić doświadczalnie
- Wykonano wykresy statystyk pierwszego rzędu dla sygnału mowy, jednak nie zauważono stacjonarności w obrębie fragmentu niosącego informację